

AIDE MÉMOIRE

PIERRE AGATI

mécanique

physique

automatismes

DUNOD

AIDE
MÉMOIRE

mécanique
physique
automatismes

Pierre AGATI

Professeur agrégé

à l'Institut National Polytechnique de Grenoble

DUNOD

Ont collaboré à la réalisation de cet aide-mémoire :

Gérard BOUJAT
Andrée MARQUEZ
René MARQUEZ
Nicolas MATTERA
Robert MÉE
Claude MONTFOLLET
Jean-Pierre PESTI
Marc ROSSETTO

© DUNOD, Paris, 1993
ISBN 2 10 001651 2

« Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur, ou de ses ayants-droit, ou ayants-cause, est illicite (loi du 11 mars 1957, alinéa 1^{er} de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal. La loi du 11 mars 1957 n'autorise, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, que les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective d'une part, et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration. »

AVANT-PROPOS

Cet aide-mémoire comporte les parties suivantes :

- mécanique générale,
- mécanique appliquée,
- physique,
- automatismes,

il sera suivi d'un deuxième tome qui traitera :

- électricité,
- électronique,
- électronique de puissance,
- électrotechnique.

Outil de travail destiné aux futurs bacheliers du secteur industriel et aux professionnels en activité, il a été conçu comme un complément aux différents ouvrages à caractère plus scolaire parus dans la collection Bac pro. Sa forme est volontairement condensée et il résume toutes les connaissances indispensables au niveau des baccalauréats industriels.

Nous avons souhaité également que les élèves du CNED ainsi que les auditeurs dans différents cycles de formation permanente y trouvent un complément utile à la poursuite de leurs études.

Pierre AGATI

Sommaire

MÉCANIQUE

Modélisation

- | | |
|--|---|
| 1. Analyse des mécanismes | 1 |
| 2. Modélisation des liaisons et des actions mécaniques associées | 4 |
| 3. Notion de force et d'action mécanique | 9 |

Statique

- | | |
|--|----|
| 4. Principe fondamental de la statique | 11 |
| 5. Étude et modélisation des liaisons réelles | 16 |
| 6. Équilibre des systèmes. Ordonnancement des isolements | 20 |

Cinématique

- | | |
|--|----|
| 7. Mouvement d'un solide. Vecteurs vitesse et accélération | 23 |
| 8. Mouvements : de translation rectiligne, de rotation autour d'un axe | 27 |
| 9. Mouvement plan sur plan | 30 |

Dynamique - Énergétique

- | | |
|--|----|
| 10. Principe fondamental de la dynamique | 33 |
| 11. Travail. Puissance | 36 |
| 12. Énergie mécanique | 38 |

Résistance des matériaux

- | | |
|--|----|
| 13. Caractéristiques mécaniques des matériaux | 41 |
| 14. Éléments caractéristiques d'une section droite de poutre | 44 |
| 15. Sollicitations simples. Notion de contrainte | 47 |
| 16. Extension. Compression | 50 |
| 17. Cisaillement | 52 |
| 18. Torsion | 54 |
| 19. Flexion | 57 |
| 20. Sollicitations composées et flambage | 61 |

Mécanique des fluides

- | | |
|--|----|
| 21. Hydrostatique | 64 |
| 22. Écoulement permanent des fluides réels | 66 |

PHYSIQUE

Des oscillateurs aux ondes

- | | |
|---------------------------------------|----|
| 23. Les oscillateurs | 71 |
| 24. Oscillations forcées et résonance | 73 |
| 25. Généralités sur les ondes | 76 |

Acoustique

- | | |
|---|----|
| 26. Structure, émission et réception d'un son | 78 |
| 27. Ondes sonores et phénomènes ondulatoires | 80 |

Optique

- | | |
|---|----|
| 28. Caractéristiques des ondes lumineuses | 83 |
| 29. Lumière et phénomènes ondulatoires | 86 |
| 30. Appareillages optiques | 89 |

AUTOMATISMES

31. Les systèmes automatisés	95
32. L'algorigramme. Le grafcet. Le gemma	97
33. Les cahiers des charges	108
34. Logique de commande pneumatique. Les composants	112
35. Les logiques de commande électrique et électronique	116
36. La logique de commande programmable	122
37. Les actionneurs .	126
38. Les capteurs et moyens de dialogue	134
39. Régulation - Asservissement. Interfaces d'entrées-sorties	138
40. Méthodes de recherche des défaillances	141

INDEX	145
-------	-----

MÉCANIQUE

1. ANALYSE DES MÉCANISMES

1. Démarche générale

En technologie de construction, il existe deux approches différentes d'un problème, suivant que l'on souhaite **comprendre** ou **concevoir**.

Au niveau le plus élémentaire, le technicien doit être capable de comprendre le fonctionnement d'un mécanisme existant.

À un niveau plus évolué, il est amené à concevoir des objets ou des mécanismes répondant à des besoins.

Ces **deux activités techniques** reposent sur la maîtrise de deux démarches spécifiques.

1.1 La démarche de compréhension

Elle s'applique, soit à partir d'un mécanisme existant, soit à partir des plans de ce mécanisme; c'est l'**analyse**.

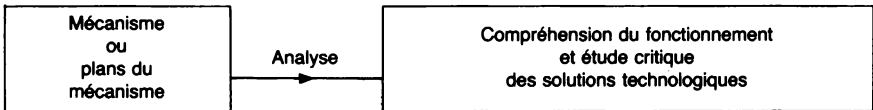


FIG. 1.1

1.2 La démarche de conception

Elle prend en compte les différentes fonctions à assurer ainsi qu'un certain

nombre de conditions, économiques, esthétiques, d'usinage, etc., et doit conduire à la définition du produit. C'est la **synthèse**.

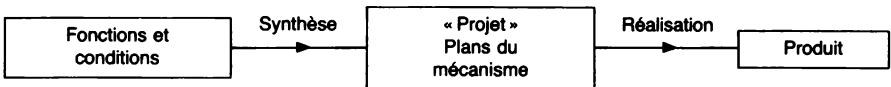


FIG. 1.2

Nous allons examiner les méthodes, propres à la première démarche.

2. Liaisons mécaniques

On distinguera plusieurs types de liaisons :

- liaison élémentaire,

- liaison directe,
- liaison composée,
- liaison cinématique,

que nous définirons à l'aide d'un exemple.

2.1 Exemple

La figure 1.3 définit un sous-ensemble qui assure la transmission de puissance d'une poulie 1 à un pignon 2.

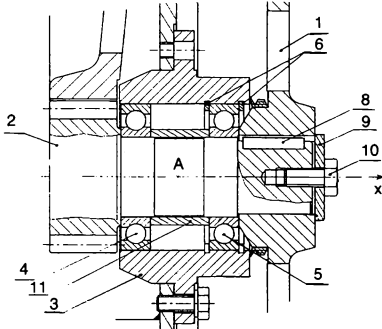


FIG. 1.3

Le pignon 2 est un pignon arbré qui est guidé en rotation dans le bâti 3 par l'intermédiaire de deux roulements rigides à une rangée de billes 4 et 5. À l'extrémité droite de 2 est montée une poulie 1 qui est liée à 2 par l'intermédiaire de la clavette 8, de la rondelle 9 et de la vis 10.

• Liaison élémentaire

Elle fait intervenir deux surfaces élémentaires appartenant à deux pièces en contact. Elle définit les mouvements possibles, ou l'absence de mouvement, au niveau de ces deux surfaces.

Exemple : Liaison hélicoïdale (10-2). Liaison appui plan (9-10).

• Liaison directe

Cette liaison fait intervenir deux pièces et deux pièces seulement. Ces deux pièces peuvent être mobiles l'une par rapport à l'autre ou sans mouvement relatif.

Exemple : Liaison pivot glissant ou liaison encastrement réalisée par emmanchement forcé (voir chapitre 2).

• Liaison composée

Exemple : Liaison composée (1-2).

En plus des deux pièces principales 1 et 2, elle fait intervenir les pièces qui participent à la liaison — ici : (4, 5, 8, 9, 10, 11).

Notons que toutes ces pièces : {1, 2, 4, 5, 8, 9, 10, 11} n'ont aucun mouvement relatif les unes par rapport aux autres.

On pourra schématiser cet encastrement par la figure 1.4.

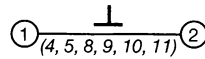


FIG. 1.4

• Liaison cinématique

La liaison cinématique définit les mouvements réels entre deux éléments ou deux sous-ensembles fonctionnels appelés « classes d'équivalence ». La liaison encastrement est exclue des liaisons cinématiques.

• Sous-ensemble fonctionnel ou classe d'équivalence

Considérons l'ensemble

$$E = \{1, 2, \dots, 11\}$$

des pièces repérées à la figure 1.3. Sur cet ensemble E , appliquons la relation *sans mouvement relatif*. Cette opération permet de réunir dans une même *classe* toutes les pièces appartenant à une chaîne de contacts et qui, dans une phase de fonctionnement donnée, sont immobiles les unes par rapport aux autres.

Nota : Certaines pièces doivent être exclues de cette classification ; ce sont : tous les liens flexibles (câbles, courroies, etc.), les ressorts et les roulements.

Dans notre exemple de la figure 1.3, après élimination des roulements 4 et 5 :

$$\{SE\ 1\} = \{1, 2, 8, 9, 10, 11\}$$

$$\{SE\ 2\} = \{3, 6\}.$$

On définit la liaison entre $\{SE\ 1\}$ et $\{SE\ 2\}$ comme une liaison pivot d'axe $(A, \vec{x})$.

2.2 Graphe des liaisons

Sur l'exemple de la figure 1.3 on peut présenter ce graphe à la figure 1.5.

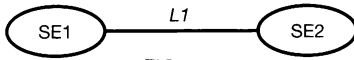


FIG. 1.5

L_1 = Liaison pivot d'axe $(A, \vec{x})$.

2.3 Schéma cinématique minimal

On utilise pour le réaliser les symboles des liaisons élémentaires et cinématiques donnés par la norme NF E 04 015 dont nous donnons ci-après un extrait (fig. 1.6).

Sur notre exemple :

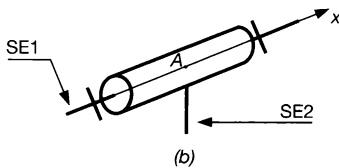
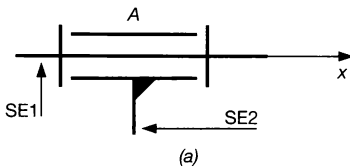


FIG. 1.6

(a) = schématisation plane

(b) = schématisation spatiale ou perspective

2.4 Schéma technologique

Ce schéma permet, grâce à des codes, de comprendre le fonctionnement d'un mécanisme, quelle que soit la phase de fonctionnement. Il inclut les éléments technologiques principaux et correspond à un dessin très simplifié en coupe.

Il peut être établi en plusieurs vues.

Il traduit les choix technologiques du concepteur (fig. 1.7).

Pour notre exemple :

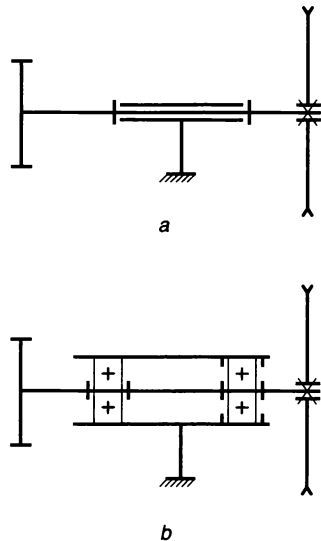


FIG. 1.7

2. MODÉLISATION DES LIAISONS ET DES ACTIONS MÉCANIQUES ASSOCIÉES

1. Repère local associé

À chaque liaison, nous associerons un repère direct $R(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ tel que :

A est confondu avec le centre géométrique de la liaison.

$(A, \vec{x})$ définit la direction principale de la liaison, si elle existe. $(A, \vec{x})$ peut être soit l'axe du déplacement relatif, soit l'axe de symétrie des surfaces en contact, soit une normale au plan tangent commun.

$(A, \vec{y})$ est une deuxième direction privilégiée, si elle existe.

2. Degrés de liberté dans R

2.1 Mouvement relatif 1/2 (fig. 2.1)

Supposons que $R(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ soit lié à la pièce 2 et que l'on se préoccupe des possibilités de mouvement de 1 par rapport à 2.

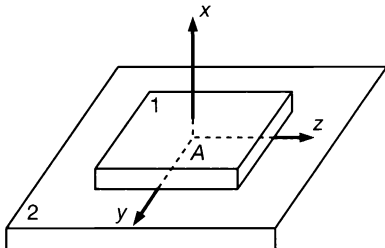


FIG. 2.1

Il suffit de définir les libertés de 1/R.

2.2 Définition des degrés de liberté par rapport à $R(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

On définit ces libertés de la façon suivante.

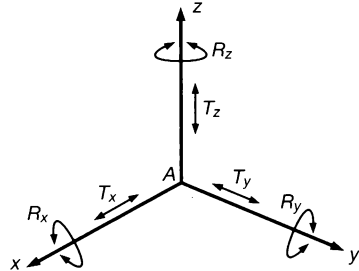


FIG. 2.2

T_x définit une translation d'axe $(A, \vec{x})$.

R_y définit une rotation d'axe $(A, \vec{y})$.

Si on revient à l'exemple de la figure 2.1 on écrira les libertés de 1/R : T_y, T_z, R_x .

Les degrés de liberté de 1/2, ou de 1/R s'expriment en deux colonnes :

$$\text{degrés de liberté 1/R} = \begin{vmatrix} T_x & R_x \\ T_y & R_y \\ T_z & R_z \end{vmatrix}$$

Quand une liaison entre deux éléments ou deux classes d'équivalence supprime un degré de liberté, on remplace celui-ci par zéro.

Dans le cas de la liaison par appui plan de la figure 2.1, on obtiendrait :

$$\text{degrés de liberté 1/R} = \begin{vmatrix} 0 & R_x \\ T_y & 0 \\ T_z & 0 \end{vmatrix}$$

3. Torseur d'action mécanique transmissible par une liaison parfaite (T.A.M.T.)

3.1 Définition

2 exerce sur 1 un ensemble de forces mécaniques élémentaires de contact. En général, ces forces élémentaires notées $\vec{df}(2 \rightarrow 1)$ ne sont pas connues mais on peut déterminer au centre A de la liaison, leur résultante $\vec{R}(2 \rightarrow 1)$ et leur moment résultant $\vec{M}_A(2 \rightarrow 1)$. On note alors :

$$\{\tau(2 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(2 \rightarrow 1) \\ \vec{M}_A(2 \rightarrow 1) \end{array} \right\}_A$$

Dans la base $B = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ du repère local $R = (A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ associé à la liaison, on peut écrire ce torseur de la façon suivante :

$$\{\tau(2 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{cc} X & L_A \\ Y & M_A \\ Z & N_A \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

X, Y, Z sont les composantes algébriques de $\vec{R}(2 \rightarrow 1)$, elles s'expriment en newton (N).

L_A, M_A, N_A sont les composantes algébriques de $\vec{M}_A(2 \rightarrow 1)$, elles s'expriment en newton-mètre (N·m).

3.2 Qu'est-ce qu'une liaison parfaite ?

La liaison 1-2 est dite *parfaite* lorsque :

- le contact des surfaces de liaison est sans adhérence ou sans frottement ;
- les possibilités de mouvement relatif sont obtenues à partir de surfaces géométriquement parfaites ayant entre elles un jeu de fonctionnement nul.

Une liaison parfaite est donc seulement un modèle théorique.

3.3 Règle de complémentarité entre les degrés de liberté d'une liaison et le T.A.M.T.

À chaque degré de liberté que laisse subsister la liaison, la composante correspondante du T.A.M.T. est nulle.

Dans l'exemple de la liaison appui plan donné à la figure 2.1 :

$$\text{degrés de liberté } 1/R = \left\{ \begin{array}{cc} O & R_x \\ T_y & O \\ T_z & O \end{array} \right\}$$

$$\iff \text{T.A.M.T.} = \left\{ \begin{array}{cc} X & O \\ O & M \\ O & N \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

4. Torseur d'action mécanique de liaison (T.A.M.L.)

4.1 Définition

Supposons que, la liaison 1-2 restant parfaite, on la particularise en mettant en évidence un plan de symétrie.

Notons que ce plan de symétrie, s'il existe, doit être à la fois plan de symétrie pour la géométrie des surfaces de liaison et pour les forces extérieures appliquées à la pièce 1 et à la pièce 2.

Dans ce cas, la répartition des forces élémentaires de contact $\vec{df}(2 \rightarrow 1)$ est également symétrique par rapport à ce plan.

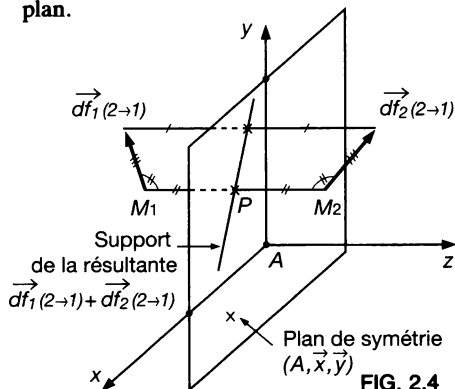


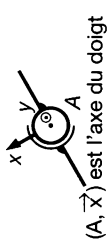
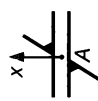
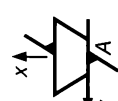
FIG. 2.4

MODÉLISATION

Nature liaison et repère associé	Schématisation plane	Schématisation spatiale	Degrés de liberté	T.A.M.T.
Encastrement quelconque			$\begin{vmatrix} O & O & O \\ O & O & O \\ O & O & O \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix}_A \begin{Bmatrix} L \\ M \\ N \end{Bmatrix}_R$
Pivot d'axe ($A, \vec{x}$)			$\begin{vmatrix} O & R_x \\ O & O \\ O & O \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix}_A \begin{Bmatrix} O \\ M \\ N \end{Bmatrix}_R$
Glissière d'axe ($A, \vec{x}$)			$\begin{vmatrix} T_x \\ O & O \\ O & O \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} O \\ Y \\ Z \end{Bmatrix}_A \begin{Bmatrix} L \\ M \\ N \end{Bmatrix}_R$
Hélicoïdale d'axe ($A, \vec{x}$)			$\begin{vmatrix} T_x \\ R_x \\ O & O \\ O & O \end{vmatrix}$	$L = \lambda X \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix}_A \begin{Bmatrix} L \\ M \\ N \end{Bmatrix}_R$
Pivot glissant d'axe ($A, \vec{x}$)			$\begin{vmatrix} T_x \\ R_x \\ O & O \\ O & O \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} O \\ Y \\ Z \end{Bmatrix}_A \begin{Bmatrix} O \\ M \\ N \end{Bmatrix}_R$

FIG. 2.3 *Tableau récapitulatif*

Modélisation des liaisons et des actions mécaniques

Sphérique à doigt de centre A			$\begin{vmatrix} O & R_x \\ O & R_y \\ O & O \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} X & O \\ Y & O \\ Z & N \end{Bmatrix}_A^R$
Appui plan de normale $(A, \vec{x})$			$\begin{vmatrix} O & R_x \\ T_y & O \\ T_z & O \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} X & O \\ O & M \\ O & N \end{Bmatrix}_A^R$
Sphérique de centre A			$\begin{vmatrix} O & R_x \\ O & R_y \\ O & R_z \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} X & O \\ Y & O \\ Z & O \end{Bmatrix}_A^R$
Linéaire rectiligne de normale $(A, \vec{x})$ droite contact $(A, \vec{y})$			$\begin{vmatrix} O & R_x \\ T_y & R_y \\ T_z & O \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} X & O \\ O & O \\ O & N \end{Bmatrix}_A^R$
Linéaire circulaire d'axe $(A, \vec{x})$			$\begin{vmatrix} T_x & R_x \\ O & R_y \\ O & R_z \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} O & O \\ Y & O \\ Z & O \end{Bmatrix}_A^R$
Pontuelle de normale $(A, \vec{x})$			$\begin{vmatrix} O & R_x \\ T_y & R_y \\ T_z & R_z \end{vmatrix}$	$\begin{Bmatrix} X & O \\ O & O \\ O & O \end{Bmatrix}_A^R$

Supposons que ce plan de symétrie soit $(A, \vec{x}, \vec{y})$. Dans ce cas les éléments de réduction en A du torseur d'action mécanique $\{\tau(2 \rightarrow 1)\}$ ont une configuration particulière.

$$\{\tau(2 \rightarrow 1)\} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(2 \rightarrow 1) \\ \vec{M}_A(2 \rightarrow 1) \end{array} \right\}}$$

est tel que dans $R = (A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$,

$\vec{R}(2 \rightarrow 1)$ est contenue dans le plan de symétrie;

$\vec{M}_A(2 \rightarrow 1)$ est perpendiculaire au plan de symétrie. En fonction de la liaison étudiée, $\vec{M}_A(2 \rightarrow 1)$ peut également être nul.

Dans le cas de la figure 2.4 :

$$\{\tau(2 \rightarrow 1)\} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{cc} X & O \\ Y & O \\ O & N_A \end{array} \right\}}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

ou bien

$$\{\tau(2 \rightarrow 1)\} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{cc} X & O \\ Y & O \\ O & O \end{array} \right\}}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Remarque : Pour ces torseurs d'action mécanique, la règle de complémentarité avec les degrés de liberté n'est pas assurée; c'est pour cette raison que nous les désignerons par *torseurs d'action mécanique de liaison* ($\tau.A.M.L.$) et non plus torseurs d'action mécanique transmissible ($\tau.A.M.T.$).

3. NOTION DE FORCE ET D'ACTION MÉCANIQUE

1. Définition d'une action mécanique

On appelle action mécanique toute cause capable de déformer un corps, de le maintenir au repos, de le mettre en mouvement ou de modifier son mouvement.

2. Notion de force

2.1 Définition

On appelle force l'action mécanique qui s'exerce mutuellement entre deux éléments, pas forcément en contact. Une force est toujours appliquée en un point.

On peut la noter : $\vec{A}(2 \rightarrow 1)$, et on lit « A de 2 sur 1 » avec : A = point d'application.

La droite Δ , telle que $A \in \Delta$ et Δ parallèle à $\vec{A}(2 \rightarrow 1)$ est le support de la force.

$\|\vec{A}(2 \rightarrow 1)\|$ est l'intensité de la force en newton (N) (fig. 3.1).

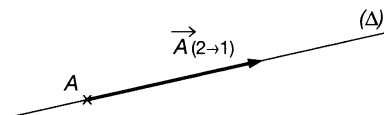


FIG. 3.1

2.2. Principe des actions mutuelles

Toute force implique l'existence d'une autre force qui lui est directement opposée (voir figure 3.2).

Soit $A \in 1$ et $B \in 2$.

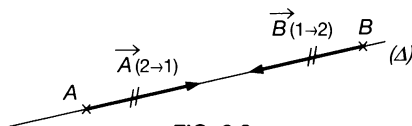


FIG. 3.2

2.3 Éléments caractéristiques des forces

Il existe des **forces de contact**. On note alors au point A de contact des solides 1 et 2 : $\vec{A}(2 \rightarrow 1)$.

(Si l'on étudie l'équilibre, la déformation ou le mouvement de 1.)

Il existe aussi **des forces qui s'exercent à distance** (par exemple la pesanteur).

Une force est caractérisée par :

- son point d'application
- sa direction
- son sens
- sa mesure.

3. Modélisation des actions mécaniques

3.1 Torseur associé à l'action mécanique relative à une force

Soit une force de contact exercée en A par le solide 2 sur le solide 1 (fig. 3.3) :

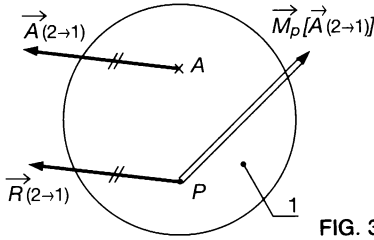


FIG. 3.3

L'action mécanique de cette force est modélisable en tout point P par deux vecteurs :

- un vecteur noté $\vec{R}(2 \rightarrow 1)$ tel que $\vec{R}(2 \rightarrow 1) = \vec{A}(2 \rightarrow 1)$,
- un vecteur noté $\vec{M}_P[\vec{A}(2 \rightarrow 1)]$ tel que :

$$\vec{M}_P[\vec{A}(2 \rightarrow 1)] = \vec{PA} \wedge \vec{A}(2 \rightarrow 1).$$

Cet ensemble de deux vecteurs est appelé **torseur associé en P à l'action mécanique $\vec{A}(2 \rightarrow 1)$** .

On note celui-ci :

$$\{\tau(2 \rightarrow 1)\}_P = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(2 \rightarrow 1) \\ \vec{M}_P[\vec{A}(2 \rightarrow 1)] \end{array} \right\}$$

Le point P est appelé **centre de réduction du torseur**.

3.2 Changement de centre de réduction

Au lieu de modéliser l'action mécanique de $\vec{A}(2 \rightarrow 1)$ en P , on peut la modifier en un autre point, Q par exemple :

$$\{\tau(2 \rightarrow 1)\}_Q = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(2 \rightarrow 1) \\ \vec{M}_Q[\vec{A}(2 \rightarrow 1)] \end{array} \right\}$$

avec : $\vec{R}(2 \rightarrow 1) = \vec{A}(2 \rightarrow 1)$

$$\vec{M}_Q[\vec{A}(2 \rightarrow 1)] = \vec{QA} \wedge \vec{A}(2 \rightarrow 1)$$

mais aussi :

$$\begin{aligned} \vec{M}_Q[\vec{A}(2 \rightarrow 1)] &= \vec{M}_P[\vec{A}(2 \rightarrow 1)] + \vec{QP} \wedge \vec{A}(2 \rightarrow 1) \end{aligned}$$

3.3 Torseur associé à l'action mécanique de n forces

Soit un solide 1 et un certain nombre de forces appliquées à celui-ci par d'autres solides, 2, 3, 4, ..., etc.

Notons ces forces : $\vec{A}_2(2 \rightarrow 1)$; $\vec{A}_3(3 \rightarrow 1)$; ..., $\vec{A}_n(n \rightarrow 1)$.

On peut modéliser en P l'action mécanique associée à cet ensemble de forces par un torseur noté $\{\tau(\bar{1} \rightarrow 1)\}$ par exemple :

$$\{\tau(\bar{1} \rightarrow 1)\}_P = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\bar{1} \rightarrow 1) \\ \vec{M}_P(\bar{1} \rightarrow 1) \end{array} \right\}$$

avec :

$$\vec{R}(\bar{1} \rightarrow 1) = \vec{A}_2(2 \rightarrow 1) + \vec{A}_3(3 \rightarrow 1) + \dots + \vec{A}_n(n \rightarrow 1)$$

et :

$$\begin{aligned} \vec{M}_P(\bar{1} \rightarrow 1) &= \vec{PA}_2 \wedge \vec{A}_2(2 \rightarrow 1) \\ &\quad + \dots + \vec{PA}_n \wedge \vec{A}_n(n \rightarrow 1). \end{aligned}$$

$\vec{R}(\bar{1} \rightarrow 1)$ est la **résultante du torseur**.

$\vec{M}_P(\bar{1} \rightarrow 1)$ est le **moment résultant en P du torseur**.

3.4 Modélisation de l'action mécanique de pesanteur

On appelle « champ de pesanteur » l'ensemble des forces élémentaires exercées à distance par la terre sur toutes les particules d'un corps (solide, liquide ou gazeux).

Ce champ de pesanteur se modélise au centre de gravité G du corps par un torseur particulier (glisseur) :

$$\{\tau_{\text{pes}}\}_G = \left\{ \begin{array}{l} \vec{P} \\ \vec{O} \end{array} \right\}$$

$\vec{P}$ est le poids du corps ; c'est une force, le poids s'exprime donc en newton (N). Sa direction définit la verticale du lieu et son sens est tel que $\vec{P}$ est dirigé vers les centre de la terre.

4. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE

1. Système matériel et milieu extérieur

1.1 Définition

On appelle **système matériel** une quantité de matière, homogène ou non, dont la masse reste constante pendant son étude.

Un système matériel peut être constitué :

- par un solide,
- par une portion de solide,
- par plusieurs solides constituant un ensemble déformable ou non,
- par une certaine masse de fluide (liquide ou gaz),
- par des solides et des fluides (liquide ou gaz).

En fait, choisir un système matériel consiste à diviser l'univers en deux parties :

- d'une part le système matériel considéré, noté S , objet de notre étude,
- d'autre part, le milieu extérieur à S , c'est-à-dire tout ce qui n'est pas S , qui agit sur S et que l'on note $\bar{S}$.

On doit avant chaque étude définir clairement S et pour cela imaginer la **frontière d'isolement**.

1.2 Forces extérieures à S

On appelle forces extérieures appliquées à S toutes les forces exercées par le milieu extérieur $\bar{S}$ sur S . On notera le torseur associé à ces forces :

$$\{\tau(\bar{S} \rightarrow S)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\bar{S} \rightarrow S) \\ \vec{M}_A(\bar{S} \rightarrow S) \end{array} \right\} \quad \forall A$$

2. Équilibre d'un système matériel S

2.1 Définition de l'équilibre

Un système matériel S est dit en équilibre par rapport à un repère R supposé fixe (ou galiléen) si, pour tout point $M \in S$ de coordonnées (x, y, z) dans R , ces dernières sont invariables par rapport au temps.

2.2 Principe fondamental de la statique

Si un système matériel S est en équilibre par rapport à un repère R supposé fixe (ou galiléen), les actions mécaniques extérieures appliquées à S se réduisent à un torseur nul :

$\{\tau(\bar{S} \rightarrow S)\} = \{\vec{0}\}$

En un point A quelconque :

$$\{\tau(\bar{S} \rightarrow S)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\bar{S} \rightarrow S) = \vec{0} \\ \vec{M}_A(\bar{S} \rightarrow S) = \vec{0} \end{array} \right\}$$

2.3 Traduction analytique du principe fondamental

$\vec{R}(\bar{S} \rightarrow S)$ est la résultante de toutes les forces extérieures appliquées à S .

On écrira par exemple :

$$\vec{R}(\bar{S} \rightarrow S) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

Dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ supposé fixe :

$$\vec{F}_1 \begin{vmatrix} X_1 \\ Y_1; \\ Z_1 \end{vmatrix} \quad \vec{F}_2 \begin{vmatrix} X_2 \\ Y_2; \\ Z_2 \end{vmatrix} \quad \dots \quad \vec{F}_n \begin{vmatrix} X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{vmatrix}$$

$$\text{Si l'on désigne } \vec{R}(\vec{S} \rightarrow S) \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}$$

alors :

$$\begin{cases} X = X_1 + X_2 + \dots + X_n = 0 & (1) \\ Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = 0 & (2) \\ Z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n = 0 & (3) \end{cases}$$

De la même façon :

$$\vec{M}_A(\vec{S} \rightarrow S) = \vec{M}_A(\vec{F}_1) + \vec{M}_A(\vec{F}_2) + \dots + \vec{M}_A(\vec{F}_n)$$

Dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:

$$\vec{M}_A(\vec{F}_1) \begin{vmatrix} L_1 \\ M_1; \\ N_1 \end{vmatrix} \quad \vec{M}_A(\vec{F}_2) \begin{vmatrix} L_2 \\ M_2; \\ N_2 \end{vmatrix} \quad \dots \quad \vec{M}_A(\vec{F}_n) \begin{vmatrix} L_n \\ M_n \\ N_n \end{vmatrix}$$

Si l'on désigne par :

$$\vec{M}_A(\vec{S} \rightarrow S) \begin{vmatrix} L \\ M \\ N \end{vmatrix}$$

alors :

$$\begin{cases} L = L_1 + L_2 + \dots + L_n = 0 & (4) \\ M = M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0 & (5) \\ N = N_1 + N_2 + \dots + N_n = 0 & (6) \end{cases}$$

Nous disposons donc de 6 équations algébriques d'équilibre.

2.4 Cas particulier où les actions mécaniques sont modélisables par des glisseurs (torseurs à résultante) dont les résultantes sont coplanaires

Nota : Ce cas particulier se rencontre en fait très souvent.

Soit $(O, \vec{x}, \vec{y})$ le plan des résultantes.

En un point A quelconque, mais tel que $A \in (O, \vec{x}, \vec{y})$, tous les moments en A sont parallèles à $(O, \vec{z})$ et les 6 équations se réduisent alors à 3.

$$\begin{cases} X = X_1 + X_2 + \dots + X_n = 0 & (1) \\ Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = 0 & (2) \end{cases}$$

et :

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_n = 0 \quad (6)$$

3. Équilibre d'un système matériel S sous l'action de deux glisseurs

$$\{\tau_1\} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_1 \\ \vec{O} \end{Bmatrix}_A \quad \text{et} \quad \{\tau_2\} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_2 \\ \vec{O} \end{Bmatrix}_B$$

Quand un système matériel est en équilibre sous l'action de deux glisseurs, les résultantes de ceux-ci sont directement opposées.

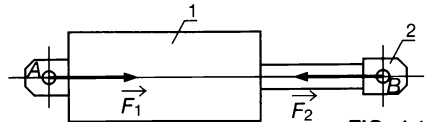


FIG. 4.1

Exemple : Soit un vérin hydraulique. 1 est le corps du vérin, 2 est la tige liée au piston. Soit $S = \{1, 2\}$ le système matériel en équilibre. Alors $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$.

Le support de $\vec{F}_1$ et de $\vec{F}_2$ est la droite AB .

4. Équilibre d'un système matériel sous l'action de trois glisseurs

4.1 Trois glisseurs à résultantes coplanaires et concourantes

En plus de la résolution analytique vue au paragraphe 2.4, on peut effectuer une résolution graphique.

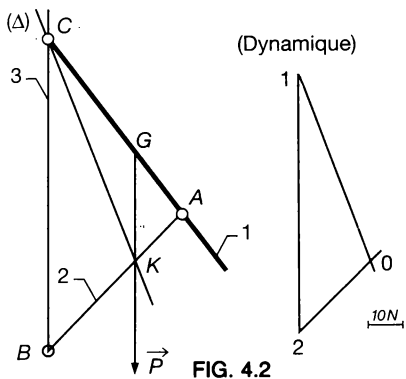


FIG. 4.2

Un châssis 1 de poids $P = 55 \text{ N}$ est maintenu en position par rapport au cadre 3 par l'intermédiaire d'une bielle 2 de poids négligeable. Les liaisons en A, B, C sont des liaisons pivot parfaites.

Équilibre de 1 :

1 est soumis à trois glisseurs :

$$\{\tau \text{ pes}\}_G = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{P} \\ \overrightarrow{O} \end{array} \right\};$$

$$\{\tau(2 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{A} (2 \rightarrow 1) \\ \vec{O} \end{matrix} \right\};$$

$$\{\tau(3 \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} \overline{C}(3 \rightarrow 1) \\ \overline{O} \end{Bmatrix}$$

$\vec{P}$ est connu; le support de $\vec{A}$ ($2 \rightarrow 1$) est la droite AB . Les trois résultantes $\vec{P}$, $\vec{A}$ ($2 \rightarrow 1$), $\vec{C}$ ($3 \rightarrow 1$) se coupent en K ,

ce qui permet de connaître (Δ) support de $\vec{C} (3 \rightarrow 1)$.

Écrivons que $\vec{R}(\bar{1} \rightarrow 1) = \vec{0}$ et numérotions les résultantes.

$$\begin{array}{rcl} \vec{C}(3 \rightarrow 1) + \vec{P} + \vec{A}(2 \rightarrow 1) & = & \vec{0} \\ \vec{01} + \vec{12} + \vec{20} & = & \vec{0} \end{array}$$

Le dynamique de la figure 4.2 permet de lire le résultat :

$$\|\vec{C}(3 \rightarrow 1)\| = \|\vec{O1}\| = 43(N)$$

$$\|\vec{A} (2 \rightarrow 1)\| = \|\vec{20}\| = 22 (N)$$

Quand un système matériel est en équilibre sous l'action de trois glisseurs à résultantes non parallèles, celles-ci sont coplanaires et concourantes. Le dynamique relatif à ces trois résultantes est fermé.

4.2 Étude d'un cas particulier : méthode de Culmann

Ce cas se rencontre lorsqu'un système matériel est en équilibre sous l'action de quatre glisseurs à résultantes coplanaires et lorsque l'on connaît :

- une résultante,
- le support des trois autres résultantes.

Exemple (figure 4.3) : Étude de l'équilibre du bras porte-pince d'un manipulateur.

Cet ensemble noté (*S*) admet un plan de symétrie qui est parallèle au plan de projection de la figure. Il est soumis à des actions mécaniques qui se réduisent à quatre glisseurs.

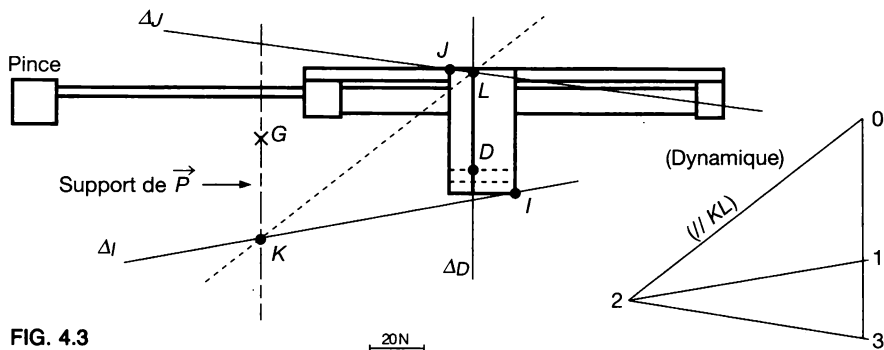


FIG. 4.3

$$\{\tau_{\text{pes}}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{P} \\ \vec{O} \end{array} \right\}; \quad \|\vec{P}\| = 36 \text{ (N)}$$

$$\{\tau_1\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{J} \\ \vec{O} \end{array} \right\}; \quad \vec{J} \text{ a pour support } \Delta_J$$

$$\{\tau_2\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{I} \\ \vec{O} \end{array} \right\}; \quad \vec{I} \text{ a pour support } \Delta_I$$

$$\{\tau_3\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{D} \\ \vec{O} \end{array} \right\}; \quad \vec{D} \text{ a pour support } \Delta_D$$

Écrire que $\vec{R}(\vec{S} \rightarrow S) = \vec{0}$ revient à écrire que la somme des quatre résultantes $\vec{P}, \vec{J}, \vec{I}, \vec{D}$ est nulle.

Pour cela, groupons ces résultantes deux à deux de façon que deux à deux leurs supports se coupent dans les limites de la figure.

Par exemple, les supports de $\vec{P}$ et de $\vec{I}$ se coupent en K ; les supports de $\vec{J}$ et de $\vec{D}$ se coupent en L .

On numérote alors le dynamique :

$$\begin{aligned} (\vec{P} + \vec{I}) + (\vec{J} + \vec{D}) &= \vec{0} \\ (0\vec{1} + 1\vec{2}) + (2\vec{3} + 3\vec{0}) &= \vec{0} \end{aligned}$$

On définit une échelle des forces, et on construit :

$$0\vec{1} = \vec{P} \text{ (connu),}$$

$$1\vec{2} \text{ parallèle au support } \Delta_J,$$

$$2\vec{0} \text{ parallèle à la droite } KL \text{ support de } 0\vec{2}.$$

Ensuite on construit :

$$2\vec{3} \text{ parallèle au support } \Delta_J,$$

$$3\vec{0} \text{ parallèle au support } \Delta_D.$$

On mesure alors sur le dynamique à l'échelle des forces :

$$\|\vec{I}\| = \|1\vec{2}\| = 59 \text{ (N)}$$

$$\|\vec{J}\| = \|2\vec{3}\| = 59 \text{ (N)}$$

$$\|\vec{D}\| = \|3\vec{0}\| = 55 \text{ (N)}.$$

5. Équilibre d'un système matériel sous l'action de n glisseurs à résultantes coplanaires

Nous avons vu au paragraphe 2.4 que pour un système coplanaire il était exclu de pouvoir résoudre avec un nombre d'inconnues algébriques supérieur à 3.

Le cas où les trois inconnues sont les normes de trois résultantes a été traité au paragraphe 4.2 : méthode de Culmann.

Supposons maintenant que parmi les n glisseurs on connaisse toutes les résultantes sauf deux.

Pour les deux résultantes inconnues, on connaît cependant :

- le support Δ de l'une,
- un point du support de l'autre.

Exemple (figure 4.4) : Il s'agit d'étudier l'équilibre d'un montage d'usinage destiné à la fabrication d'obus pour gaz liquéfiés.

Dans la position de la figure, l'obus 1, l'ensemble 12 de la pince et du vérin pneumatique et le bras support 13 sont en équilibre sous l'action de quatre glisseurs (unités N et m).

• Action de la pesanteur sur l'obus 1

$$\{\tau_{\text{pes} \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{P}_1 \\ \vec{O} \end{array} \right\}_{G_1}$$

$$\text{tel que } \vec{P}_1 = -330 \vec{y}.$$

• Action de la pesanteur sur 12 et 13

$$\{\tau_{\text{pes} \rightarrow 12}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{P}_2 \\ \vec{O} \end{array} \right\}_{G_2}$$

$$\text{tel que } \vec{P}_2 = -660 \vec{y}.$$

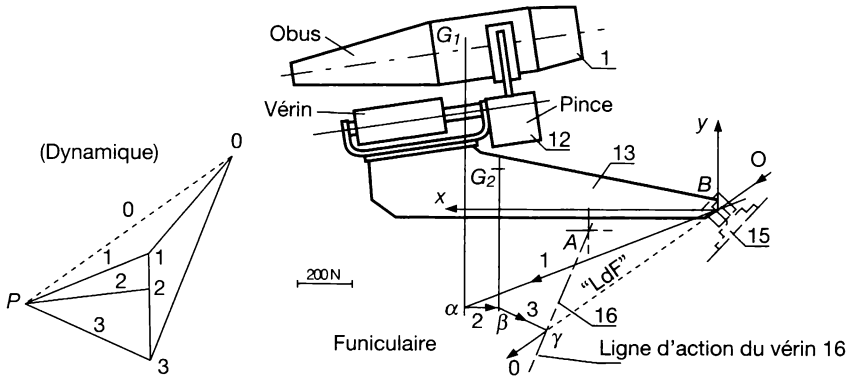


FIG. 4.4

• **Action du vérin pneumatique 16 (représenté seulement par son axe)**

$$\{\tau(16 \rightarrow 13)\} = \begin{Bmatrix} \vec{A}(16 \rightarrow 13) \\ \vec{O} \end{Bmatrix}_A$$

La ligne d'action du vérin 16 est donnée sur la figure 4.4.

• **Action du support 15**

(15-13) est une liaison pivot parfaite d'axe $(B, \vec{z})$.

$$\{\tau(15 \rightarrow 13)\} = \begin{Bmatrix} \vec{B}(15 \rightarrow 13) \\ \vec{O} \end{Bmatrix}_B$$

Écrivons que la résultante $\vec{R}$ des actions mécaniques appliquées au système $\{1, 12, 13\}$ est nulle. Notons que l'on commencera le numérotage du dynamique par la résultante $\vec{B}(15 \rightarrow 13)$ dont on ne connaît que le point B du support et qu'on le terminera par la résultante $\vec{A}(16 \rightarrow 13)$ dont on connaît le support.

On peut donc numérotage le dynamique et le funiculaire :

$$\vec{B}(15 \rightarrow 13) + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{A}(16 \rightarrow 13) = \vec{0}$$

$$\vec{01} + \vec{12} + \vec{23} + \vec{30} = \vec{0} \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} 0 \quad | \quad 1 \quad | \quad 2 \quad | \quad 3 \quad | \quad 0 \\ \hline B \end{array} \quad (2)$$

- (1) numérotage du dynamique
(2) numérotage du funiculaire

Rappelons que les rayons polaires et les côtés du funiculaire qui portent les mêmes numéros sont parallèles.

L'ordre des constructions est le suivant :

— sur le dynamique :

$$\vec{12} = \vec{P}_1; \quad \vec{23} = \vec{P}_2$$

choix d'un pôle P et tracé des rayons polaires 1, 2, 3.

— sur le funiculaire :

- côté 1 issu de B et qui coupe le support de $\vec{P}_1$ en α ,
- côté 2 issu de α et qui coupe le support de $\vec{P}_2$ en β ,
- côté 3 issu de β et qui coupe le support de $\vec{A}(16 \rightarrow 13)$ en γ .

$B\gamma$ est la ligne de fermeture du funiculaire (LdF); cette ligne porte le côté 0.

— sur le dynamique :

le rayon polaire 0 est parallèle au côté 0 du funiculaire.

On connaît le support de :

$$\vec{A}(16 \rightarrow 13) = \vec{30}.$$

D'où le point 0 du dynamique.

Il suffit alors de mesurer sur le dynamique :

$$\vec{01} = \vec{B}(15 \rightarrow 13)$$

$$\text{ici } \|\vec{B}(15 \rightarrow 13)\| \approx 1200 \text{ (N)}$$

$$\vec{30} = \vec{A}(16 \rightarrow 13)$$

$$\text{ici } \|\vec{A}(16 \rightarrow 13)\| \approx 2000 \text{ (N)}.$$

5. ÉTUDE ET MODÉLISATION DES LIAISONS RÉELLES

1. Contact réel

1.1 Nature du contact réel

Un contact réel est nécessairement un contact de surface. 1 et 2 sont deux solides en contact suivant la surface S .

S'il y a mouvement relatif entre 1 et 2, le contact est dit *avec frottement*.

S'il n'y a pas mouvement relatif entre 1 et 2, le contact est dit *avec adhérence*.

1.2 Modélisation du contact réel

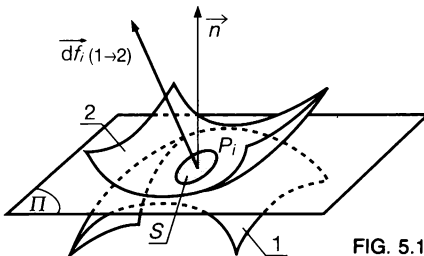


FIG. 5.1

(II) = plan tangent commun en P_i aux solides 1 et 2.

$(P_i, \vec{n})$ = normale en P_i au plan (II) orientée vers 2.

$\vec{d}f_i(1 \rightarrow 2)$ = force élémentaire de contact de 1 sur 2 en P_i .

S = surface de contact entre 1 et 2.

glissement de 2/1, on peut définir le vecteur vitesse de glissement en P_i que l'on note :

$$\vec{V}(P_i \in 2/1).$$

Ce vecteur vitesse est situé dans le plan (II) .

2.2 Lois sur le frottement

La force élémentaire de contact $\vec{d}f_i(1 \rightarrow 2)$ est telle que (voir figure 5.2) :

- $\vec{d}f_i(1 \rightarrow 2)$ est dirigée vers la matière de 2.

- Le support de $\vec{d}f_i(1 \rightarrow 2)$ appartient au plan (II_1) défini par la normale $(P_i, \vec{n})$ et le vecteur vitesse de glissement $\vec{V}(P_i \in 2/1)$.

- Le support de $\vec{d}f_i(1 \rightarrow 2)$ est incliné de l'angle φ par rapport à la normale $(P_i, \vec{n})$ au plan (II) , du côté opposé à $\vec{V}(P_i \in 2/1)$.

- L'angle φ ne dépend que de la nature des matériaux et de l'état (rugosité, lubrification) des deux surfaces en contact en P_i .

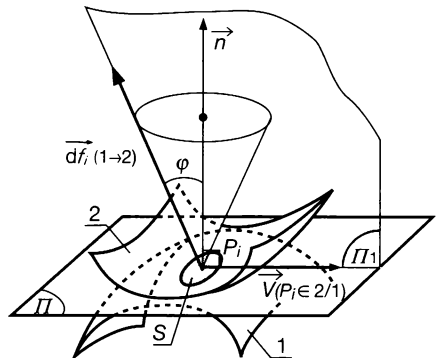


FIG. 5.2

2. Frottement

2.1 Vitesse de glissement (fig. 5.2)

En P_i , à l'instant t il y a deux points qui coïncident : $P_i \in 1$ et $P_i \in 2$. S'il y a

2.3 Définitions

- L'angle φ est appelé *angle de frottement*.
- $f = \tan \varphi$ est appelé *facteur de frottement*.
- Le cône de sommet P_i , d'axe $(P_i, \vec{n})$, de demi-angle au sommet φ est appelé *cône de frottement en P_i* .

3. Adhérence

3.1 Lois sur l'adhérence

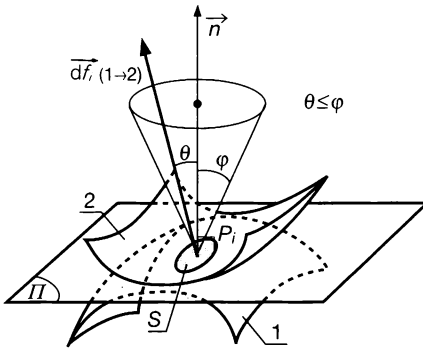


FIG. 5.3

$\vec{df}_i(1 \rightarrow 2)$ est dirigé vers la matière de 2.

Le support de $\vec{df}_i(1 \rightarrow 2)$ fait avec la normale $(P_i, \vec{n})$ un angle θ inconnu mais tel que :

$$\theta < \varphi$$

Dans ce cas, on sait seulement que le support de $\vec{df}_i(1 \rightarrow 2)$ se trouve à l'intérieur du cône de frottement.

3.2 Cas particulier important

Le cas limite entre l'adhérence et le frottement est appelé *équilibre strict*.

Dans ce cas, s'il se produisait un glissement entre 2 et 1 en P_i , la direction et le sens de la vitesse de glissement $\vec{V}(P_i \in 2/1)$ seraient connus.

L'angle θ formé par le support de $\vec{df}_i(1 \rightarrow 2)$ avec $(P_i, \vec{n})$ serait tel que :

$$\theta = \varphi$$

Les lois sur le frottement sont encore applicables.

4. Action mécanique associée à un contact réel

En tout point $P_i \in S$ il existe une force élémentaire de contact $\vec{df}_i(1 \rightarrow 2)$.

L'ensemble des $\vec{df}_i(1 \rightarrow 2)$ appliqué à S est modélisable en un point A quelconque par un torseur noté $\{\tau(1 \rightarrow 2)\}$ et tel que : $\{\tau(1 \rightarrow 2)\} =$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(1 \rightarrow 2) = \sum_{(S)} \vec{df}_i(1 \rightarrow 2) \\ \vec{M}_A(1 \rightarrow 2) = \sum_{(S)} [\vec{AP}_i \wedge \vec{df}_i(1 \rightarrow 2)] \end{array} \right\}$$

Nota : En général la répartition des $\vec{df}_i(1 \rightarrow 2)$ dans S n'est pas connue, mais cela n'empêche pas de calculer la résultante $\vec{R}(1 \rightarrow 2)$ et le moment en A : $\vec{M}_A(1 \rightarrow 2)$.

5. Liaison pivot réelle

5.1 Hypothèses

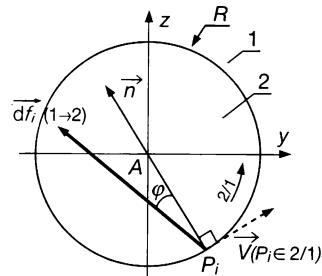


FIG. 5.4

Repère local associé :

$$R = (A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}).$$

$(A, \vec{x})$ est l'axe de rotation.

$(A, \vec{y}, \vec{z})$ est dans le plan de symétrie des forces élémentaires $d\vec{f}_i (1 \rightarrow 2)$.

Le sens de la rotation de 2/1 est connu, d'où en P_i le sens du vecteur vitesse de glissement $\vec{V} (P_i \in 2/1)$.

5.2 Action mécanique associée

Compte tenu des hypothèses ci-dessus, le torseur $\{\tau (1 \rightarrow 2)\}$ s'exprime en A et dans $R = (A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par :

$$\{\tau (1 \rightarrow 2)\} =$$

$$_A \begin{Bmatrix} O & L_A (1 \rightarrow 2) \\ Y (1 \rightarrow 2) & O \\ Z (1 \rightarrow 2) & O \end{Bmatrix} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

Le sens du déplacement de 2/1 est connu, d'où en P_i le sens du vecteur vitesse de glissement $\vec{V} (P_i \in 2/1)$.

6.2 Action mécanique associée (modélisation générale)

Compte tenu des hypothèses ci-dessus, le torseur $\{\tau (1 \rightarrow 2)\}$ s'exprime en A et dans $R = (A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par :

$$\{\tau (1 \rightarrow 2)\} =$$

$$_A \begin{Bmatrix} X (1 \rightarrow 2) & O \\ Y (1 \rightarrow 2) & O \\ O & N_A (1 \rightarrow 2) \end{Bmatrix} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

6.3 Modélisation particulière

6. Liaison glissière réelle

6.1 Hypothèses

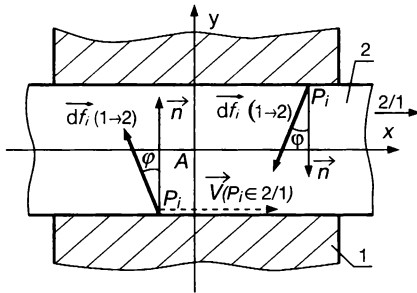


FIG. 5.5

Repère local associé :

$$R (A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}).$$

$\vec{x}$ est parallèle à l'axe de la liaison glissière.

$(A, \vec{x}, \vec{y})$ est dans le plan de symétrie des forces élémentaires $d\vec{f}_i (1 \rightarrow 2)$.

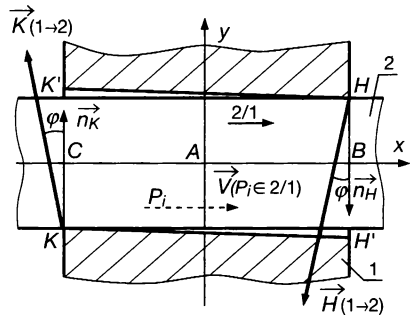


FIG. 5.6

Cette modélisation s'utilise dans le cas où le jeu fonctionnel entre 1 et 2 est important et où une déformation de flexion de 2 doit être prise en compte. On admet alors que les contacts de la liaison 1-2 se localisent dans les plans extrêmes.

Soit en H et K (voir figure 5.6) soit en H' et K' ; cela dépend des forces extérieures appliquées.

Notons que la modélisation générale introduit trois inconnues de liaisons

$X(1 \rightarrow 2)$, $Y(1 \rightarrow 2)$ et $N_A(1 \rightarrow 2)$ alors que la modélisation particulière n'introduit que deux inconnues de liaisons, $\|\vec{H}(1 \rightarrow 2)\|$ et $\|\vec{K}(1 \rightarrow 2)\|$.

7. Liaison appui plan réelle

7.1 Hypothèses

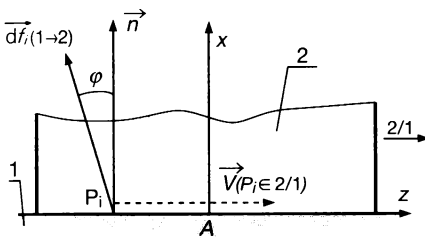


FIG. 5.7

Repère local associé $R(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

$\vec{x}$ est normal au plan de contact et dirigé vers la matière de 2.

$(A, \vec{x}, \vec{z})$ est dans le plan de symétrie des forces élémentaires $\vec{df}_i(1 \rightarrow 2)$.

Le sens du déplacement de 2/1 est connu, d'où en P_i le sens du vecteur vitesse de glissement $\vec{V}(P_i \in 2/1)$.

7.2 Action mécanique associée

Compte tenu des hypothèses ci-dessus, le torseur $\{\tau(1 \rightarrow 2)\}$ s'exprime en A et dans $R = (A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par :

$\{\tau(1 \rightarrow 2)\} =$

$${}_A \left\{ \begin{array}{cc} X(1 \rightarrow 2) & O \\ O & M_A(1 \rightarrow 2) \\ Z(1 \rightarrow 2) & O \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

tel que :

$$\frac{Z(1 \rightarrow 2)}{X(1 \rightarrow 2)} = -f$$

si $\vec{V}(P_i \in 2/1)$ est dans le sens de $\vec{z}$.

$$\frac{Z(1 \rightarrow 2)}{X(1 \rightarrow 2)} = f$$

si $\vec{V}(P_i \in 2/1)$ est dans le sens de $-\vec{z}$.

Nota : Le point A appartient à la surface de contact mais n'est pas défini.

6. ÉQUILIBRE DES SYSTÈMES.

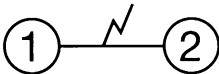
ORDONNANCEMENT DES ISOLEMENTS

1. Définition d'un système mécanique

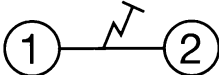
Un système mécanique (ou mécanisme) est un ensemble de pièces mécaniques reliées entre elles par des liaisons et ceci dans le but de réaliser une ou plusieurs fonctions.

2. Graphe des actions mécaniques

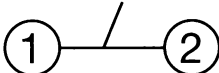
2.1 Symboles pour modéliser les caractéristiques de la résultante



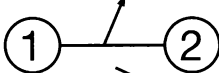
Il existe une résultante. La droite d'action, son sens et sa norme sont inconnus.



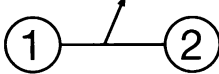
La norme de la résultante est connue. Sa droite d'action et son sens sont inconnus.



La droite d'action de la résultante est connue.

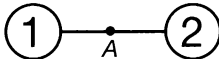


La droite d'action et le sens de la résultante sont connus.

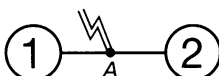


La droite d'action, le sens et la norme de la résultante sont connus.

2.2 Symboles pour modéliser les caractéristiques du moment



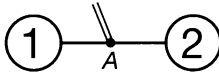
Le centre de réduction du torseur $\{\tau (1 \rightarrow 2)\}$ ou $\{\tau (2 \rightarrow 1)\}$ est choisi.



Il existe un moment en A. Sa droite d'action, son sens et sa norme sont inconnus.



Le centre de réduction du torseur et la norme du moment sont connus. La droite d'action et le sens du moment sont inconnus.



Le centre de réduction du torseur et la droite d'action du moment sont connus.



Le centre de réduction du torseur, la droite d'action et le sens du moment sont connus.



Le centre de réduction du torseur, la droite d'action, le sens et la norme du moment sont connus.

2.3 Exemples

Ces exemples sont relatifs aux paragraphes 3; 4.1 du chapitre 4.

• Vérin hydraulique

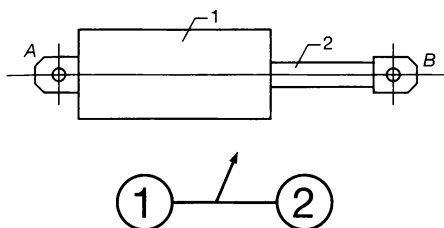


FIG. 6.1

• Châssis

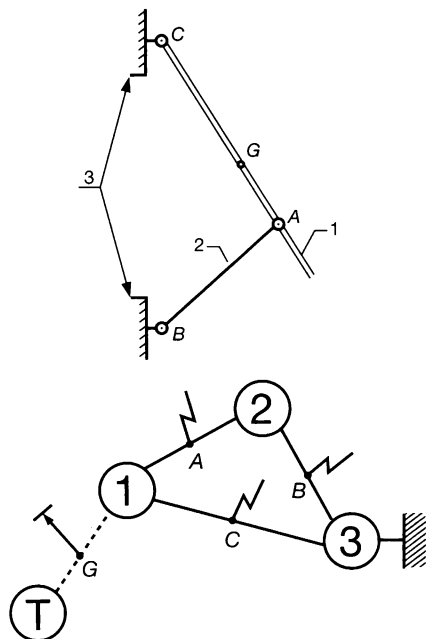


FIG. 6.2

Nota : L'action mécanique de $T \rightarrow 1$ est la pesanteur; c'est une action à distance, modélisée au centre de gravité G de 1. Elle se réduit à une résultante connue, le poids de 1.

3. Ordonnancement des isolements

3.1 Principe

Lorsqu'on étudie l'équilibre d'un mécanisme, on est conduit à isoler successivement chacune des pièces ou des groupes de pièces de ce mécanisme et à appliquer pour chaque isolement le principe fondamental de la statique. Nous savons cependant que le nombre d'inconnues de liaison ne peut pas dépasser :

- six pour un système spatial,
- trois pour un système plan.

Il est donc important d'adopter un ordre d'isolement de façon que, de proche en proche, toutes les inconnues de liaison puissent être calculées.

3.2 Exemple

Reprenons l'exemple traité à la figure 6.2.

Un châssis 1 de poids $\bar{P}$ connu est maintenu en position par rapport au cadre 3 par l'intermédiaire d'une bielle 2 de poids négligeable. Les liaisons en A, B, C, sont des liaisons pivot parfaites. Le plan de la figure est le plan de symétrie du châssis.

Reprenons le graphe des actions mécaniques (paragraphe 2.3) et déterminons l'ordonnancement des isolements.

• Si l'on isole 1

On voit que son équilibre est dû à l'action de trois glisseurs :

- en G, résultante connue : aucune inconnue;
- en A, résultante dont le sens et la norme sont inconnus : deux inconnues de liaison;
- en C, résultante dont le sens et la norme sont inconnus : deux inconnues de liaison.

Soit au total pour l'équilibre de l'élément 1 : quatre inconnues de liaison. La

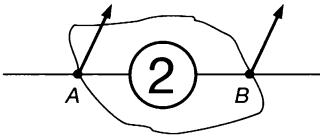
résolution est provisoirement impossible puisqu'on ne dispose que de trois équations algébriques.

● **Si l'on isole 2**

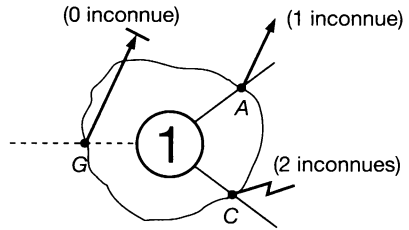
On voit que son équilibre est dû à l'action de deux glisseurs dont les résultantes sont inconnues.

Nous avons vu que lorsqu'un système matériel est en équilibre sous l'action de deux glisseurs, les résultantes de ceux-ci sont directement opposées. Leur support est donc AB .

Conséquence de l'isolement de 2 :



● **Après avoir isolé 2, isolons 1**



L'équilibre de 1 est dû à l'action de trois glisseurs dont les résultantes sont concourantes; on sait résoudre ce problème, soit graphiquement, soit analytiquement.

● **Ordre des isolements**

- 1° Isolement de 2.
- 2° Isolement de 1.

7. MOUVEMENT D'UN SOLIDE.

VECTEURS VITESSE ET ACCÉLÉRATION

1. Mouvement d'un solide (S)

1.1 Repère de référence (figure 7.1)

Le mouvement du solide S se définit par rapport à un repère de référence $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le mouvement de S/R_0 est défini quand on connaît les coordonnées fonctions du temps de trois points A, B, C non alignés appartenant à (S) .

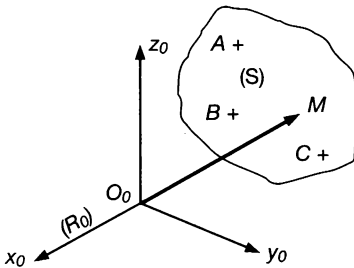


FIG. 7.1

2. Trajectoire. Abscisse curviligne

2.1 Trajectoire

La courbe définie dans le repère R_0 par les points $M \in R_0$ pris dans l'ordre chronologique (points coïncidents) s'appelle *trajectoire du point $M \in S$ dans le mouvement de S/R_0* . On note cette trajectoire : $\tau(M \in S/R_0)$ (figure 7.2).

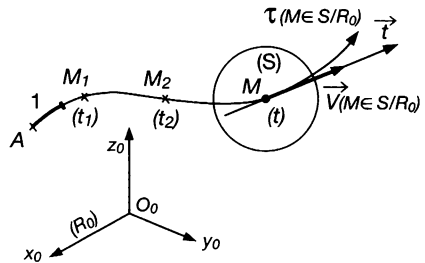


FIG. 7.2

1.2 Vecteur position du point $M \in S$

Dans le repère R_0 , on appelle vecteur position de $M \in S$, le vecteur $O_0\vec{M}$ tel que :

$$\overrightarrow{O_0M} = x(t)\vec{x}_0 + y(t)\vec{y}_0 + z(t)\vec{z}_0$$

2.2 Abscisse curviligne

Sur la trajectoire $\tau(M \in S/R_0)$ choisissons :

- une origine A ,
- un sens positif,
- une unité de longueur.

On appelle abscisse curviligne du point $M \in S$ dans le mouvement de S/R_0 la mesure algébrique à l'instant t de l'arc orienté AM .

$$\overline{\text{arc } AM} = s(t)$$

L'abscisse curviligne s du point M sur $\tau (M \in S/R_0)$ est une fonction du temps.

$s = f(t)$ est l'équation horaire du mouvement.

- son support est la tangente en M à la trajectoire $\tau (M \in S/R_0)$;
- son sens est celui du mouvement;
- sa mesure algébrique sur $(M, \vec{t})$

est :

$$v = \frac{ds}{dt};$$

- sa norme est :

$$\|\vec{V}(M \in S/R_0)\| = |v|;$$

- son unité est le m/s.

3. Vitesse. Vecteur vitesse. Champ des vecteurs vitesse

3.1 Vitesse moyenne algébrique (voir figure 7.2)

$s_1 = \overline{\text{arc } AM_1}$, abscisse curviligne de M à l'instant t_1 .

$s_2 = \overline{\text{arc } AM_2}$, abscisse curviligne de M à l'instant t_2 .

$$v_{\text{moy}} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

3.2 Vitesse algébrique instantanée

La vitesse instantanée algébrique v du point $M \in S$ à l'instant t est la valeur (à cet instant) de la fonction dérivée par rapport au temps de l'abscisse curviligne $s = f(t)$ du point $M \in S$ sur sa trajectoire.

$$v = \frac{ds}{dt} \quad v \text{ en m/s}$$

3.3 Vecteur vitesse instantanée (voir figure 7.2)

Construisons le vecteur unitaire $\vec{t}$ porté par la tangente en M à la trajectoire $\tau (M \in S/R_0)$. $\vec{t}$ est orienté dans le même sens que la trajectoire.

Le vecteur vitesse instantanée noté $\vec{V}(M \in S/R_0)$ est tel que :

- son origine est confondue avec la position de M à l'instant t ;

3.4 Champ des vecteurs vitesse des points du solide (S)

L'ensemble des vecteurs vitesse de tous les points appartenant à (S) à l'instant t est appelé *champ des vecteurs vitesse*.

4. Vecteur accélération

4.1 Définition (voir figure 7.3)

Le vecteur accélération du point $M \in S$, par rapport au repère R_0 , à l'instant t , est le vecteur dérivé du vecteur vitesse de M par rapport au temps :

$$\vec{a}(M \in S/R_0) = \left[\frac{d}{dt} \vec{V}(M \in S/R_0) \right]_{R_0}$$

L'unité d'accélération est le m/s^2 .

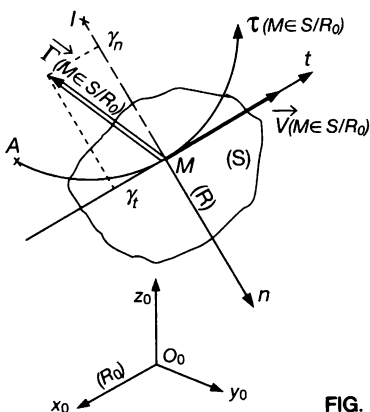


FIG. 7.3

4.2 Composantes normale et tangentielle du vecteur accélération

Considérons le repère $R(M, \vec{n}, \vec{t})$ lié au point $M \in S$ tel que (figure 7.3) :

$(M, \vec{n})$ = normale en M à $\tau(M \in S/R_0)$ orientée vers l'extérieur de la courbure.

$(M, \vec{t})$ = tangente en M à $\tau(M \in S/R_0)$ orientée comme la trajectoire.

Dans $R(M, \vec{n}, \vec{t})$ le vecteur accélération $\vec{\Gamma}(M \in S/R_0)$ a pour expression :

$$\vec{\Gamma}(M \in S/R_0) = -\frac{v^2}{\rho} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{t}$$

avec : $\gamma_n = \frac{v^2}{\rho}$, composante normale
(ρ est le rayon de courbure de la trajectoire en M).

$\gamma_t = \frac{dv}{dt}$, composante tangentielle.

5. Étude analytique du mouvement de $M \in S/R_0$

5.1 Vecteur position $\overrightarrow{O_0 M}$

Les coordonnées de M dans R_0 sont $x(t), y(t), z(t)$, fonctions du temps :

$$\overrightarrow{O_0 M} \begin{vmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{vmatrix}$$

Nota : Si l'une de ces coordonnées est *constante*, on obtient l'équation cartésienne de la *trajectoire plane* de M en éliminant t entre les deux autres coordonnées.

5.2 Vecteurs vitesse $\vec{V}(M \in S/R_0)$

$$\vec{V}(M \in S/R_0) = \left[\frac{d\overrightarrow{O_0 M}}{dt} \right]_{R_0}$$

donc :

$$\vec{V}(M \in S/R_0) \begin{vmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{vmatrix}$$

5.3 Vecteur accélération $\vec{\Gamma}(M \in S/R_0)$

$$\vec{\Gamma}(M \in S/R_0) = \left[\frac{d}{dt} \vec{V}(M \in S/R_0) \right]_{R_0}$$

donc :

$$\vec{\Gamma}(M \in S/R_0) \begin{vmatrix} x''(t) \\ y''(t) \\ z''(t) \end{vmatrix}$$

8. MOUVEMENTS :

- DE TRANSLATION RECTILIGNE
 - DE ROTATION AUTOUR D'UN AXE
-

1. Solide en mouvement de translation

1.1 Définition (voir figure 8.1)

Un solide (S) est animé d'un mouvement de translation par rapport au repère R_0 si deux bipoints (A, B) et (A, C) non colinéaires appartenant à (S) restent équipollents à deux bipoints (A_0, B_0) et (A_0, C_0) appartenant à R_0 .

Cas particulier : Si en plus, la trajectoire d'un point quelconque $M \in S$ est une droite, alors (S) est en translation rectiligne.

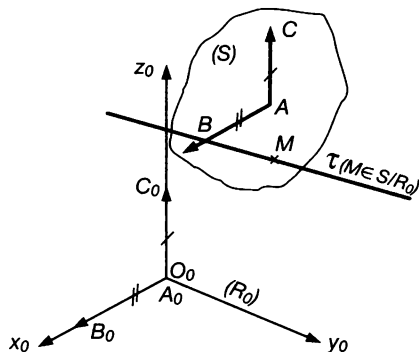


FIG. 8.1

1.2 Champ des vecteurs vitesse

Quels que soient M et P appartenant à (S) :

$$\vec{V}(P \in S/R_0) = \vec{V}(M \in S/R_0)$$

1.3 Champ des vecteurs accélération

Quels que soient M et P appartenant à (S) :

$$\vec{T}(P \in S/R_0) = \vec{T}(M \in S/R_0)$$

1.4 Mouvement de translation rectiligne uniforme de $M \in S$

$(O, \vec{x}_0)$ est choisi sur la trajectoire $\tau(M \in S/R_0)$ (figure 8.2).

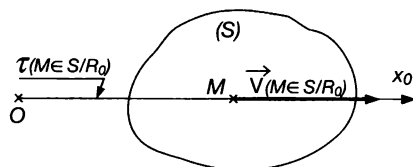


FIG. 8.2

La position de $M \in S$ sur sa trajectoire est définie par : $x = \overline{OM} = f(t)$.

• Équation des abscisses

$$x = vt + x_0$$

Notons que la vitesse algébrique de M : $v = \frac{dx}{dt}$ est constante.

• Vecteur vitesse

$$\vec{V}(M \in S/R_0) = v\vec{x}$$

• Vecteur accélération

$$\vec{T}(M \in S/R_0) = \vec{O}$$

1.5 Mouvement de translation rectiligne uniformément varié de $M \in S$

Le mouvement rectiligne de $M \in S$ par rapport à R_0 est dit *uniformément varié* si l'accélération tangentielle instantanée algébrique γ_t de $M \in S$ sur $\tau(M \in S/R_0)$ est constante.

• Équation des abscisses

$$x = \frac{1}{2} \gamma_t t^2 + v_0 t + x_0$$

• Équation de la vitesse algébrique

$$v = \gamma_t t + v_0$$

Notons que l'accélération tangentielle algébrique de M : $\gamma_t = \frac{dv}{dt}$ est constante.

• Vecteur vitesse

$$\vec{V}(M \in S/R_0) = (\gamma_t t + v_0) \vec{x}$$

• Vecteur accélération

$$\vec{T}(M \in S/R_0) = \gamma_t \vec{x}$$

• **Relation indépendante du temps entre l'abscisse x et la vitesse algébrique v**

$$2\gamma_t(x - x_0) = v^2 - v_0^2$$

2. Solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe

2.1 Définition

Un solide (S) est animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe $(O_0, \vec{z}_0)$ de R_0 si deux points A et B appartenant à (S) coïncident en permanence avec deux points fixes A_0 et B_0 appartenant à $(O_0, \vec{z}_0)$ de R_0 (figure 8.3).

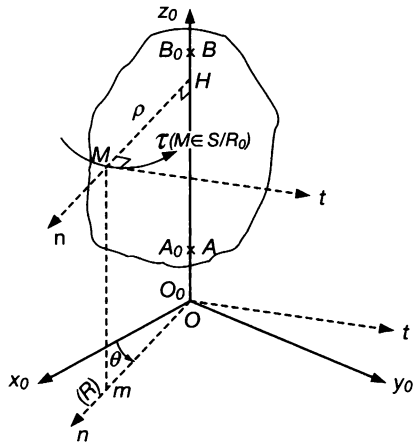


FIG. 8.3

La trajectoire $\tau(M \in S/R_0)$ du point M est un cercle de centre H et de rayon $\rho = HM$.

On définit le repère $R(O, \vec{n}, \vec{t})$ lié au solide S tel que :

O est confondu avec O_0 .

$(O, \vec{n})$ est parallèle au rayon de courbure HM de la trajectoire $\tau(M \in S/R_0)$.

$(O, \vec{t})$ est parallèle à la tangente en M à $\tau(M \in S/R_0)$ et orienté dans le même sens que la trajectoire.

2.2 Mouvement de rotation de $M \in S$ par rapport à R_0

Dessignons la trajectoire circulaire de $M \in S$ (figure 8.4).

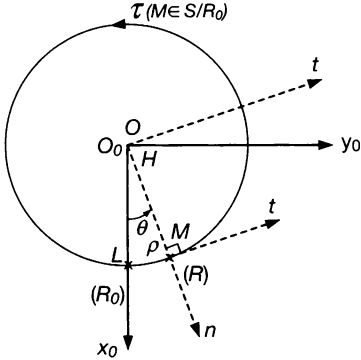


FIG. 8.4

- Abscisse curviligne s du point $M \in S$

$$s = \text{arc } LM$$

- Vitesse instantanée algébrique de $M \in S$

$$v = \frac{ds}{dt}$$

- Accélération tangentielle instantanée γ_t de $M \in S$

$$\gamma_t = \frac{dv}{dt}$$

- Accélération normale γ_n de $M \in S$

$$\gamma_n = -\frac{v^2}{\rho}$$

- Abscisse angulaire de $M \in S$

$$\theta = (\overline{HL}, \overline{HM}) \quad (\theta \text{ en rad})$$

- Vitesse angulaire instantanée (ou fréquence de rotation)

$$\frac{d\theta}{dt} = \theta' \quad (\theta' \text{ en rad/s})$$

- Accélération angulaire instantanée

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \theta'' \quad (\theta'' \text{ en rad/s}^2)$$

- Correspondance entre repérage curviligne et repérage angulaire

$$s = \theta \rho$$

$$v = \theta' \rho$$

$$\gamma_t = \theta'' \rho$$

- Vecteur rotation de S/R_0 (voir figure 8.5)

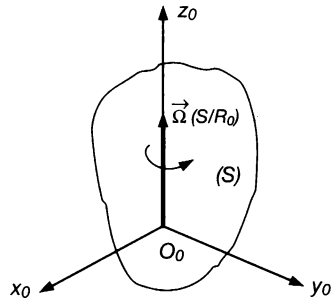


FIG. 8.5

$\vec{\Omega}(S/R_0)$ est tel que :

Son support est l'axe de rotation.

Son sens :

positif si $\theta' > 0$ (cas de la figure 8.5);
négatif si $\theta' < 0$.

Sa norme : $\|\vec{\Omega}(S/R_0)\| = |\theta'|$.

- Vecteur vitesse du point $M \in S$

Il est porté par la tangente $(M, \vec{t})$ à la trajectoire $\tau(M \in S/R_0)$ (voir figure 8.6) et il est défini par :

$$\vec{V}(M \in S/R_0) = \theta' \rho \vec{t}$$

- Vecteur accélération du point $M \in S$

Il possède deux composantes :

$$\gamma_t \text{ sur } (M, \vec{t}),$$

$$\gamma_n \text{ sur } (M, \vec{n}).$$

$$\vec{T}(M \in S/R_0) = \gamma_n \vec{n} + \gamma_t \vec{t}$$

Mouvements : de translation; de rotation

avec, en fonction du repérage utilisé :

$$\vec{\Gamma}(M \in S/R_0) = -\frac{v^2}{\rho} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{t}$$

ou : $\vec{\Gamma}(M \in S/R_0) = -\theta'^2 \rho \vec{n} + \theta'' \rho \vec{t}$

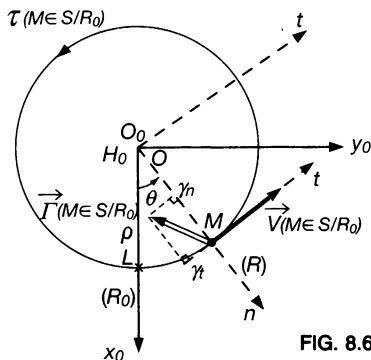


FIG. 8.6

2.3 Mouvement de rotation uniforme de $M \in S$

M étant défini par son abscisse angulaire $\theta = (\overline{HL}, \overline{HM})$:

• Équation de l'abscisse angulaire

$$\theta = \theta' t + \theta_0$$

Notons que la fréquence de rotation $\theta' = \frac{d\theta}{dt}$ est constante.

2.4 Mouvement de rotation uniformément varié de $M \in S$

• Équation de l'abscisse angulaire

$$\theta = \frac{1}{2} \theta'' t^2 + \theta'_0 t + \theta_0$$

• Équation de la fréquence de rotation

$$\theta' = \theta'' t + \theta'_0$$

Notons que l'accélération angulaire $\theta'' = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ est constante.

• Équation indépendante du temps

Entre l'abscisse angulaire θ et la fréquence de rotation θ' :

$$2\theta''(\theta - \theta_0) = \theta'^2 - \theta_0'^2$$

9. MOUVEMENT PLAN SUR PLAN

1. Mouvement plan sur plan

1.1 Définition

Un solide (S) est animé d'un mouvement plan sur plan si (S) se déplace de telle façon que tout point $M \in S$ reste à une distance d constante d'un plan de référence (Π_0) (figure 9.1).

— Il existe un plan (Π) lié à (S) qui à tout instant coïncide avec (Π_0) .

— R_0 lié à (Π_0) est le repère de référence.

— R est le repère lié à (S) donc à (Π) .

— Les trajectoires du point $M \in S/\Pi_0$ et du point $m \in \Pi/\Pi_0$ sont parallèles.

1.2 Réduction d'un mouvement plan

Tout déplacement plan est réductible à l'instant t à une rotation instantanée (exceptionnellement à une translation).

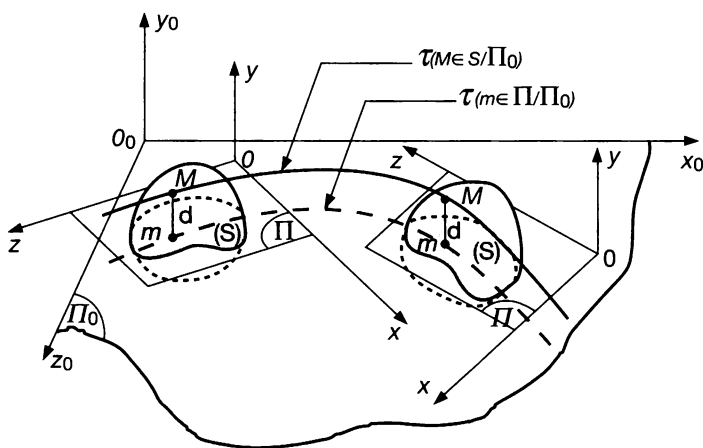


FIG. 9.1

2. Centre instantané de rotation (c.i.r.)

2.1 Définition

Le centre instantané de rotation I ou c.i.r. de Π/Π_0 se trouve à tout instant sur la normale à la trajectoire τ ($M \in \Pi/\Pi_0$) d'un point quelconque $M \in \Pi$.

Cette normale est la perpendiculaire en M au vecteur vitesse $\vec{V}(M \in \Pi/\Pi_0)$. Dans le mouvement de Π/Π_0 , le c.i.r. a une vitesse nulle (figure 9.2) :

$$\vec{V}(I \in \Pi/\Pi_0) = \vec{0}$$

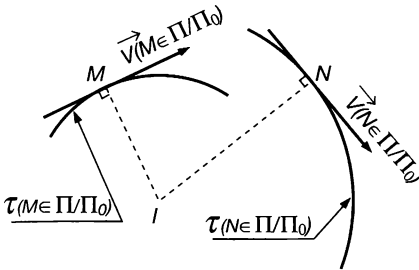


FIG. 9.2

2.2 Vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}(\Pi/\Pi_0)$

Le vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}(\Pi/\Pi_0)$ est tel qu'indiqué sur la figure 9.3.

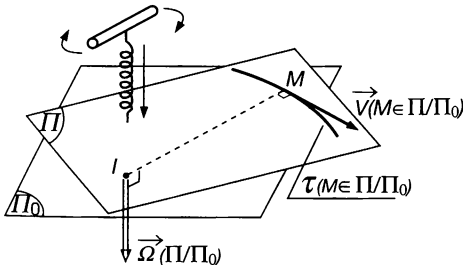


FIG. 9.3

Son support est perpendiculaire en I (c.i.r.) aux plans (Π) et (Π_0) .

Son sens est donné par la règle du tire-bouchon.

Sa norme est égale à la valeur absolue de la fréquence instantanée de rotation θ' .

$$\|\vec{\Omega}(\Pi/\Pi_0)\| = |\theta'|$$

Relation fondamentale : Le vecteur vitesse de $M \in \Pi$ dans le mouvement plan de Π/Π_0 dont le c.i.r. à l'instant t est I s'exprime toujours par :

$$\vec{V}(M \in \Pi/\Pi_0) = \overrightarrow{MI} \wedge \vec{\Omega}(\Pi/\Pi_0)$$

2.3 Théorème

Quel que soit l'instant t considéré, le vecteur vitesse du point I (c.i.r.) dans le mouvement de Π/Π_0 est le vecteur nul.

$$\vec{V}(I \in \Pi/\Pi_0) = \vec{0}$$

3. Champ des vecteurs vitesse

3.1 Définition

L'ensemble des vecteurs vitesse de tous les points appartenant à (Π) à l'instant t est appelé *champ des vecteurs vitesse*.

3.2 Théorème d'équiprojectivité des vecteurs vitesse

Si deux points M et P appartiennent au plan (Π) lié à (S) , il existe entre leurs vecteurs vitesse la relation :

$$\vec{V}(P \in \Pi/\Pi_0) = \vec{V}(M \in \Pi/\Pi_0) + \overrightarrow{PM} \wedge \vec{\Omega}(\Pi/\Pi_0)$$

Le champ des vecteurs vitesse est équiprojectif (figure 9.4) :

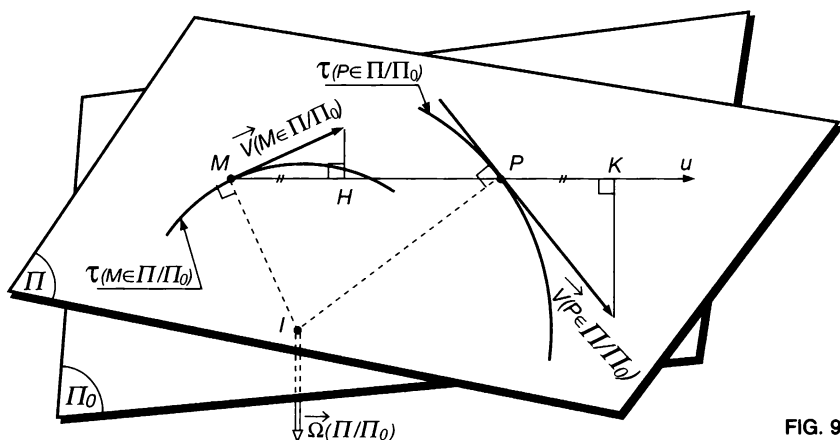


FIG. 9.4

C'est-à-dire que les projections des vecteurs vitesse des points M et P , appartenant à Π , sur l'axe $(M, \vec{u})$ d'origine M et passant par P sont égales, autrement dit : $\overline{MH} = \overline{PK}$.

4. Composition des vecteurs vitesse

4.1 Définition des repères (figure 9.5)

R_0 = repère de référence (fixe ou mobile);

R_1 = repère intermédiaire, mobile par rapport à R_0 ;

R = repère lié au solide (S). R est mobile par rapport à R_0 et également par rapport à R_1 .

À l'instant t , au même point M on peut définir $M \in S$;
donc $M \in R$
et $M \in R_1$
et $M \in R_0$.

$R_0 (O_0, X_0, Y_0, Z_0)$
Repère "de référence"

$R_1 (O_1, X_1, Y_1, Z_1)$
Repère "intermédiaire"

$R (O, X, Y, Z)$
Repère "mobile"
lié à S

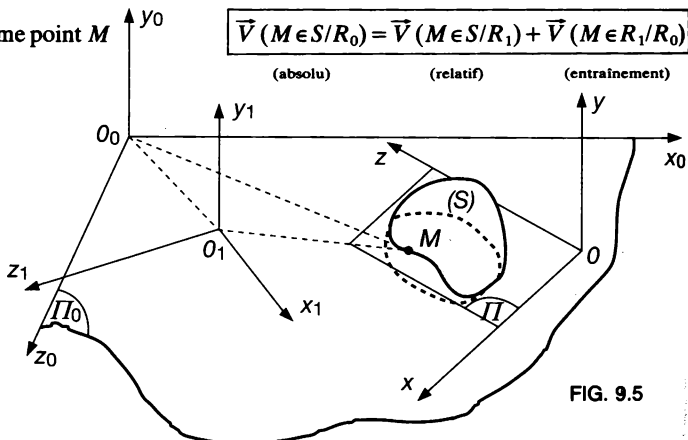


FIG. 9.5

Notons qu'en général, ces trois points ne coïncident qu'à un instant t donné.

• Dans le mouvement de S/R_0

Il existe un vecteur vitesse, $\vec{V}(M \in S/R_0)$ qualifié souvent d'*absolu*.

• Dans le mouvement de S/R_1

Il existe un vecteur vitesse $\vec{V}(M \in S/R_1)$ qualifié souvent de *relatif*.

• Dans le mouvement de R_1/R_0

Il existe un vecteur vitesse $\vec{V}(M \in R_1/R_0)$ qualifié souvent d'*entraînement*.

4.2 Loi de composition

$$\vec{V}(M \in S/R_0) = \vec{V}(M \in S/R_1) + \vec{V}(M \in R_1/R_0)$$

(absolu) (relatif) (entraînement)

10. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE

1. Les repères de la dynamique

Un **repère galiléen** est un repère qui est en mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport à un repère fixe de l'univers (en supposant que celui-ci existe).

Un **repère lié à la terre** n'est pas galiléen, mais dans la plupart des opérations qui nous préoccupent on peut négliger la rotation de la terre (un tour en 24 heures) et la courbure de sa trajectoire. Donc avec une approximation valable, *on peut considérer qu'un repère lié à la terre est galiléen.*

2. Principe fondamental de la dynamique (P.F.D.)

2.1 P.F.D. appliqué à un « point matériel » M de masse m

Ce point matériel M constitue le système matériel (S) étudié.

(S) désigne « tout ce qui n'est pas (S) mais qui agit sur (S) ».

• En un point A quelconque

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\overline{S} \rightarrow S) = m\vec{\Gamma}_M \\ \vec{M}_A(\overline{S} \rightarrow S) = \vec{AM} \wedge m\vec{\Gamma}_M \end{array} \right\}_A$$

$\vec{\Gamma}_M$ est le vecteur accélération du point $M \in S$ dans le mouvement de (S) par rapport au repère R lié à la terre.

Notation simplifiée :

$$\vec{\Gamma}_M = \vec{\Gamma}(M \in S/R)$$

2.2 P.F.D. appliqué à un système matériel quelconque (S) de centre de gravité G

Considérons (S) comme une somme finie de n points M_i de masse m_i telles que :

$$M = \sum_{(S)} m_i$$

• En un point A quelconque

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\overline{S} \rightarrow S) = M\vec{\Gamma}_G \\ \vec{M}_A(\overline{S} \rightarrow S) = \sum_{(S)} (\vec{AM}_i \wedge m_i\vec{\Gamma}_{M_i}) \end{array} \right\}_A$$

3. Application du P.F.D. à un solide (S) en mouvement de translation

3.1 Réduction en un point A quelconque

Nota : La translation peut être rectiligne ou curviligne.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\bar{S} \rightarrow S) = M\vec{\Gamma}_G \\ \vec{M}_A(\bar{S} \rightarrow S) = \vec{AG} \wedge M\vec{\Gamma}_G \end{array} \right\}$$

3.2 Cas particulier d'une réduction en G , centre de gravité de (S)

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(\bar{S} \rightarrow S) = M\vec{\Gamma}_G \\ \vec{M}_G(\bar{S} \rightarrow S) = \vec{0} \end{array} \right\}$$

4. Application du P.F.D. à un solide (S) en mouvement de rotation par rapport à un axe fixe de symétrie matérielle

4.1 Moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe

• Définition

Soit un solide (S) et soit dm la masse élémentaire entourant le point $M \in S$. Soit ρ_i la distance de $M \in S$ à l'axe fixe $(O, \vec{z})$ (figure 10.1).

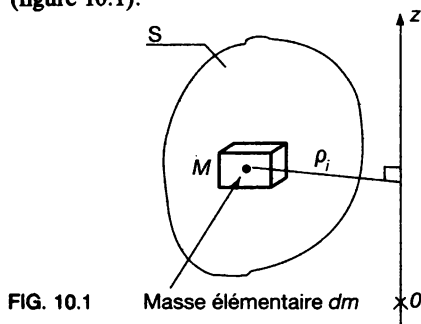


FIG. 10.1

Masse élémentaire dm

On appelle moment d'inertie du solide (S) par rapport à l'axe $(O, \vec{z})$ le scalaire positif défini par la relation :

$$I(O, \vec{z}) = \sum_{(S)} \rho_i^2 dm$$

unité : le $\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

• Quelques moments d'inertie à connaître

— *Moment d'inertie d'un cylindre plein, homogène, de révolution autour de l'axe $(O, \vec{z})$ (voir figure 10.2).*

Rayon du cylindre : R .

Masse du cylindre : M .

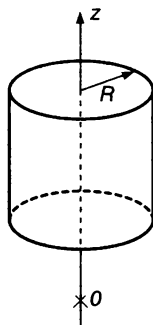


FIG. 10.2

$$I(O, \vec{z}) = \frac{1}{2} MR^2$$

— *Moment d'inertie d'une enveloppe cylindrique mince, homogène, de révolution autour de l'axe $(O, \vec{z})$.*

L'épaisseur e est faible devant le rayon R .

Soit M la masse de l'enveloppe.

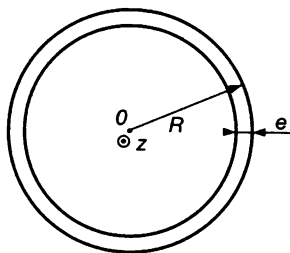


FIG. 10.3

$$I(O, \vec{z}) = MR^2$$

Principe fondamental de la dynamique

4.2 Expression du P.F.D. en un point O de l'axe de rotation $(O, \vec{z})$

θ'' est l'accélération angulaire algébrique (en rad/s^2) du mouvement de (S) autour de $(O, \vec{z})$.

Au point O quelconque de l'axe de rotation $(O, \vec{z})$:

$$\boxed{\begin{cases} \vec{R}(\overline{S} \rightarrow S) = \vec{O} \\ \vec{M}_O(\overline{S} \rightarrow S) = I(O, \vec{z}) \theta'' \vec{z} \end{cases}}$$

Nota : La deuxième équation est très souvent utilisée sous forme algébrique, en projection sur l'axe $(O, \vec{z})$:

$$\boxed{\overline{M}_{(O, \vec{z})}(\overline{S} \rightarrow S) = I(O, \vec{z}) \theta''}$$

11. TRAVAIL - PUISSANCE

1. Travail

1.1 Définition (voir figure 11.1)

Dans le repère R , on appelle travail élémentaire dW de la force $\vec{F}$ dans le mouvement de $M \in S$ par rapport à R , le produit scalaire :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{\ell} \quad (1)$$

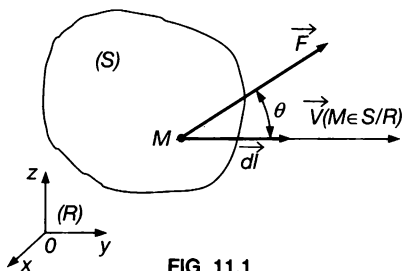


FIG. 11.1

$\vec{F}$ est la force appliquée au point $M \in S$ (en N).

$d\vec{\ell}$ est le déplacement élémentaire du point $M \in S$ dans le mouvement de S/R (en m).

Si $\vec{V}(M \in S/R)$ est le vecteur vitesse du point M , on sait que :

$$d\vec{\ell} = \vec{V}(M \in S/R) \times dt \quad (2)$$

dt étant la durée du déplacement élémentaire.

Nota : Les propriétés du travail sont les mêmes que les propriétés du produit scalaire ; en particulier si $\theta = \frac{\pi}{2}$ alors :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

1.2 Unité

L'unité de travail est le **joule**.

Le **joule** est le travail d'une force de **1 newton** qui déplace son point d'application de **1 mètre** dans sa direction ($\theta = 0$).

1.3 Travail élémentaire d'une force $\vec{F}$ agissant sur un solide S en mouvement de translation rectiligne par rapport à R

Supposons que la trajectoire de $M \in S/R$ soit l'axe $(O, \vec{x})$.

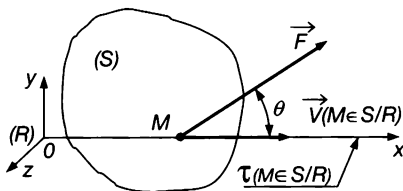


FIG. 11.2

D'après la définition :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \vec{F} \cdot \vec{V}(M \in S/R) \cdot dt$$

Donnons dans R les composantes algébriques des vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{V}(M \in S/R)$:

$$\begin{matrix} \vec{F} \\ (R) \end{matrix} \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}; \quad \begin{matrix} \vec{V}(M \in S/R) \\ (R) \end{matrix} \begin{vmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

alors :

$$dW = Xv \, dt$$

1.4 Travail élémentaire d'une force $\vec{F}$ agissant sur un solide S en mouvement de rotation par rapport à un axe fixe de R

Soit $(O, \vec{z})$ de R l'axe de rotation de S .

Soit $\vec{\Omega}(S/R)$ le vecteur fréquence de rotation (figure 11.3).

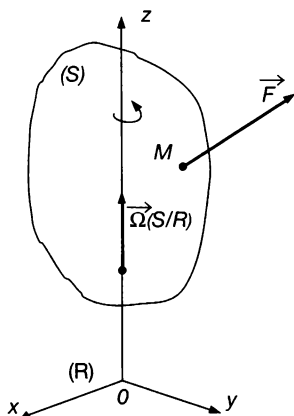


FIG. 11.3

Soit $\vec{F}$ une force appliquée à $M \in S$.

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{\Omega}(S/R) dt$$

Soit $\overline{M}_{(O, \vec{z})}[\vec{F}]$ le moment algébrique de la force $\vec{F}$ par rapport à l'axe $(O, \vec{z})$. (On rappelle que :

$$\overline{M}_{(O, \vec{z})}[\vec{F}] = \vec{M}_O[\vec{F}] \cdot \vec{z}.)$$

Soit θ' la mesure algébrique de $\vec{\Omega}(S/R)$ sur $(O, \vec{z})$ alors :

$$dW = \overline{M}_{(O, \vec{z})}[\vec{F}] \cdot \theta' dt \quad (3)$$

2. Puissance

2.1 Définition

La puissance d'une force qui effectue pendant le temps dt le travail élémentaire dW est égale à la dérivée du travail élémentaire de cette force par rapport au temps :

$$P = \frac{dW}{dt}$$

2.2 Unité

L'unité de puissance est le **watt**.

Le **watt** est la puissance développée par une force qui fournit un travail de **1 joule** en **1 seconde**.

2.3 Puissance développée par une force $\vec{F}$

D'après les relations (1) et (2) (voir figure 11.1), on peut écrire :

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{V}(M \in S/R) dt$$

D'après la définition de la puissance :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{V}(M \in S/R)$$

2.4 Puissance développée par une force agissant sur un solide S en rotation par rapport à un axe fixe de R

D'après la relation (3) et la figure 11.3, en appliquant la définition de la puissance, on peut écrire :

$$P = \overline{M}_{(O, \vec{z})}[\vec{F}] \cdot \theta'$$

12. ÉNERGIE MÉCANIQUE

1. Notion d'énergie

1.1 Définition

On appelle *énergie*, au sens large, toute grandeur physique susceptible d'être transformée en travail mécanique.

Nota : L'unité d'énergie est donc le joule.

Citons quelques formes de l'énergie : mécanique, calorifique, chimique, électrique, nucléaire, etc.

1.2 Transformations de l'énergie

Les *machines*, simples ou complexes permettent de transformer l'énergie de nature *A* en énergie de nature *B*.

Exemple : Le moteur électrique :

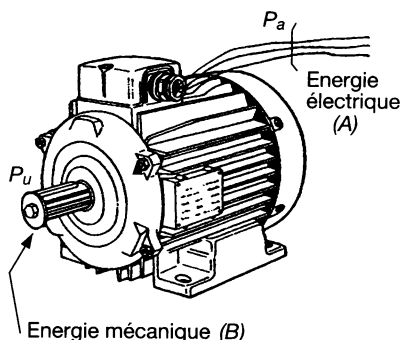


FIG. 12.1

1.3 Rendement

Une machine ne transforme jamais complètement l'énergie qu'on lui fournit en énergie mécanique utile.

Il y a des pertes, frottements, échauffements, etc.

Le rendement d'une machine s'exprime par :

$$\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{absorbée}}} \quad (\eta < 1)$$

2. Les différents aspects de l'énergie mécanique

2.1 Énergie potentielle de pesanteur

L'énergie potentielle de pesanteur exprime la *capacité de travail* d'un corps de masse *M*, de centre de gravité *G* situé à l'altitude z_G et soumis à l'attraction terrestre. Soit $\vec{g}$ l'accélération de la pesanteur :

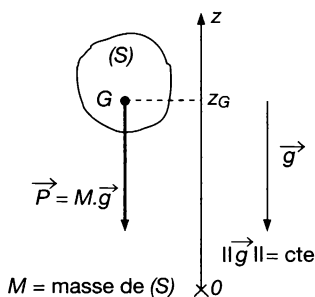


FIG. 12.2

$$E_{\text{pes}} = M \|\vec{g}\| z_G$$

2.2 Énergie potentielle d'élasticité

L'énergie potentielle d'élasticité exprime la *capacité de travail* d'un ressort qui est contraint (tendu, comprimé, fléchi, tordu, etc., suivant le cas).

Par exemple, pour un ressort hélicoïdal de compression, de rigidité k (N/mm), de longueur libre ℓ_0 et de longueur sous charge ℓ (en mm) :

$$E_{\text{élast}} = \frac{k}{2} (\ell_0 - \ell)^2$$

2.3 Énergie cinétique

Tout corps en mouvement peut fournir un certain travail si sa vitesse diminue (exemple du marteau enfonçant un clou).

• Cas d'un solide (S) en mouvement de translation rectiligne

Soit M la masse de (S).

Soit v la vitesse d'un point quelconque de (S). (*Rappel* : en translation rectiligne, le champ des vecteurs vitesse est uniforme.)

$$E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} M v^2$$

• Cas d'un solide (S) en mouvement de rotation autour d'un axe fixe de symétrie matérielle ($O, \vec{z}$)

Nota : Cet axe fixe ($O, \vec{z}$) doit être un axe principal d'inertie.

Soit $I(O, \vec{z})$ le moment d'inertie de (S) par rapport à ($O, \vec{z}$).

Soit $\theta'(S/R)$ la fréquence de rotation de S/R .

$$E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} I(O, \vec{z}) \theta'^2(S/R)$$

3. Théorème de l'énergie cinétique

Dans un repère R , la variation d'énergie cinétique d'un solide (S) entre les instants t_1 et t_2 est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les actions mécaniques extérieures appliquées à ce solide entre les deux instants considérés.

On note :

$$W_{1,2}(\vec{S} \rightarrow S) = E_{\text{cin } 2} - E_{\text{cin } 1}$$

4. Conservation de l'énergie mécanique

4.1 Système matériel isolé

Un système matériel (S) est dit *isolé* lorsqu'il n'échange pas d'énergie, sous quelque forme que ce soit, avec le milieu extérieur.

4.2 Principe de la conservation de l'énergie mécanique

Pour un système matériel *isolé*, l'énergie mécanique totale est constante.

$$E_{\text{méc}} = \text{cte}$$

On écrira : $E_{\text{méc}} = E_{\text{pes}} + E_{\text{élast}} + E_{\text{cin}}$.

4.3 Application : chute libre (voir figure 12.3)

Considérons un solide (S) de masse M en chute libre.

Négligeons la résistance de l'air, c'est-à-dire, considérons que (S) est *isolé*.

À l'instant t_1 , S est à l'altitude z_1 et possède une vitesse v_1 .

À l'instant t_2 , S est à l'altitude z_2 et possède une vitesse v_2 .

Écrivons que $E_{\text{méc } 1} = E_{\text{méc } 2}$.

$$E_{\text{méc } 1} = M \|\vec{g}\| z_1 + \frac{1}{2} M v_1^2$$

$$E_{\text{méc } 2} = M \|\vec{g}\| z_2 + \frac{1}{2} M v_2^2$$

Ce qui entraîne :

$$\frac{1}{2} M (v_2^2 - v_1^2) = M \|\vec{g}\| (z_1 - z_2)$$

Nota : On aurait pu trouver cette relation en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

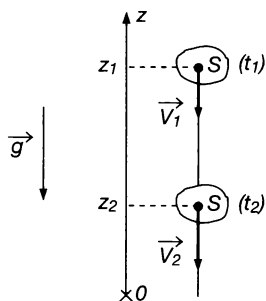


FIG. 12.3

13. CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES DES MATÉRIAUX

Les caractéristiques mécaniques des matériaux sont définies à partir des résultats d'essais dont nous n'évoquerons que les principaux.

1. Essai de traction (NF A03-151)

L'essai de traction (voir figure 13.1) permet de définir pour un matériau, ici acier E30 :

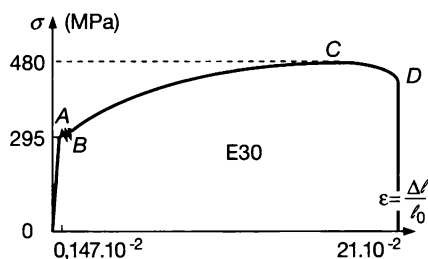


FIG. 13.1

Une zone OA de déformation élastique (c'est-à-dire réversible).

Une zone ABCD de déformation plastique (c'est-à-dire permanente).

1.1 R_e = limite apparente d'élasticité
(en MPa) ou limite élastique

C'est la contrainte normale au-delà de laquelle la déformation du matériau n'est

plus élastique, c'est-à-dire au-delà de laquelle la loi de Hooke cesse d'être applicable. Cette limite ne peut pas toujours être définie avec exactitude.

1.2 $R_{p\ 0,2}$ (ou $R_{0,2}$) = limite
conventionnelle d'élasticité en (MPa)
ou limite proportionnelle

C'est la contrainte normale au-delà de laquelle l'allongement unitaire $\epsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell_0}$ dépasse 0,2 %.

1.3 E = module d'élasticité
longitudinale (en MPa) ou module
de Young

C'est le rapport de proportionnalité entre la charge unitaire, ou contrainte normale $\sigma = \frac{F}{S_0}$ et l'allongement unitaire $\epsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell_0}$.

1.4 Loi de Hooke pour les contraintes
normales

$$\sigma = E \epsilon$$

σ = contrainte normale (MPa).

E = module de Young (MPa).

ϵ = allongement unitaire (ou relatif), sans unité.

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

1.5 $A \%$ = allongement relatif à la rupture, ou allongement pour cent (sans unité)

$$A \% = \frac{\ell_u - \ell_0}{\ell_0} \times 100$$

ℓ_0 = longueur initiale de l'éprouvette entre deux repères (mm).

ℓ_u = longueur ultime entre repères, mesurée après rupture de l'éprouvette, en rapprochant les deux fragments (mm).

1.6 $Z \%$ = coefficient du striction (sans unité)

$$Z \% = \frac{S_0 - S_u}{S_0} \times 100$$

S_0 = section initiale de l'éprouvette (mm^2).

S_u = section minimale de l'éprouvette après rupture (mm^2).

2. Essais de dureté

La dureté caractérise la résistance d'un corps à la déformation locale. On utilise pour ces essais des pénétrateurs très durs en acier trempé ou en diamant et on mesure les dimensions de l'empreinte.

On rencontre trois types d'essais principaux : Brinell, Vickers et Rockwell. Ces essais font l'objet d'une norme.

		Brinell	Vickers	Rockwell B	Rockwell C
Norme AFNOR		A 03-152	A 03-154	A 03-153	A 03-153
Pénétrateur	Matériau	Acier trempé	Diamant	Acier trempé	Diamant
	Forme	Bille (sphère)	Pyramide à base carrée	Bille (sphère)	Cône
	Dimension caractéristique	$\varnothing = 2,5$ ou 5 ou 10 mm	Angle au sommet $\theta = 136^\circ$	$\varnothing = 1,5875$	Angle au sommet $\theta = 120^\circ$
Essai	Force appliquée (N)	$F = 29\,400$	$49 \leq F \leq 980$	Précharge $F_0 = 98$ Charge $F_1 = 882$ $F = F_0 + F_1 = 980$	Précharge $F_0 = 98$ Charge $F_1 = 1\,372$ $F = F_0 + F_1 = 1\,470$
	Mesure de l'empreinte (mm)	Diamètre d	Diagonale d	Enfoncement* $e = e_{(0+1)} - e_{(0)}$	Enfoncement* $e = e_{(0+1)} - e_{(0)}$
	Résultat	$HB = \frac{0,102 \times 2 F}{\pi(D - \sqrt{D^2 - d^2})}$	$HV = 0,189 \frac{F}{d^2}$	$HR(B) = 130 - \frac{e}{0,002}$	$HR(C) = 100 - \frac{e}{0,002}$

* e (en mm) est l'enfoncement rémanent ; il est égal à $e_{(0+1)}$ enfoncement total sous la charge $F = F_0 + F_1$ moins $e_{(0)}$ enfoncement pour la précharge F_0 .

3. Essai de résilience (NF A 03-156)

La résilience caractérise le comportement au choc des matériaux. Cet essai consiste à rompre une éprouvette entaillée, sous l'effet d'un choc et à calculer l'énergie utilisée pour cette rupture.

$$KCU = \frac{Mg(h_0 - h_1)}{S_0}$$

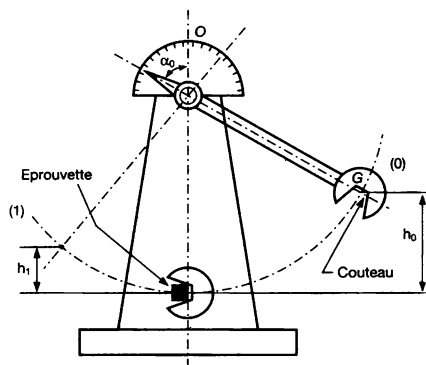
M = masse du pendule
(souvent $M = 22,5$ g).

$g = 9,81$ m/s².

h_0 et h_1 = hauteurs, initiale et finale du centre de gravité du pendule (m).

S_0 = section de l'éprouvette au niveau de l'entaille (cm²).

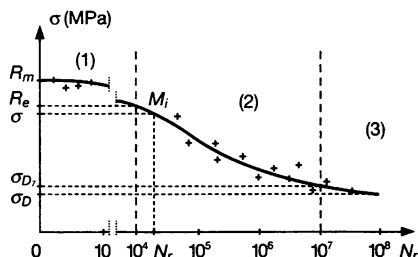
KCU = résilience (joules/cm²).



4. Essai de fatigue

L'essai de fatigue se fait en utilisant un lot d'éprouvettes identiques, en leur appliquant une charge que l'on peut faire varier, pendant un certain nombre de cycles, à fréquence constante, jusqu'à la rupture.

La courbe de Wöhler permet de déterminer la contrainte σ_D dite *limite d'endurance* ou à défaut une limite conventionnelle σ_{D7} ou σ_{D8} à 10^7 ou 10^8 cycles.



5. Autres essais

Il existe d'autres essais spécifiques, notamment pour les métaux en feuilles.

Emboutissage : NF A 03-652.

Pliage : NF A 03-605.

Cintrage, roulage, formage par expansion, galetage, hydroformage, repoussage, fluotournage...

14. ÉLÉMENTS CARACTÉRISTIQUES

D'UNE SECTION DROITE DE POUTRE

1. Centre de surface

Nota : L'appellation *centre de gravité* est relative aux solides.

1.1 Centre d'une surface de forme géométrique simple

Lorsqu'une surface possède un centre de symétrie, le centre de cette surface (noté G) est le centre de symétrie.

Exemple : Centre d'un cercle, centre de symétrie d'un carré ou d'un rectangle, etc.

1.2 Centre d'une surface décomposable en éléments de forme géométrique simple

Soit $S_1, S_2, \dots, S_n$ les aires des surfaces élémentaires.

Soit $G_1(x_1, y_1); G_2(x_2, y_2); \dots; G_n(x_n, y_n)$ les coordonnées des centres de ces surfaces élémentaires.

$$x_G = \frac{S_1 x_1 + S_2 x_2 + \dots + S_n x_n}{S_1 + S_2 + \dots + S_n}$$

$$y_G = \frac{S_1 y_1 + S_2 y_2 + \dots + S_n y_n}{S_1 + S_2 + \dots + S_n}$$

Nota : Une surface peut apparaître comme une différence de surfaces élémentaires; il suffit alors de considérer les aires correspondant aux surfaces *vides* comme négatives.

1.3 Propriété du centre de surface G de (S)

Considérons un ensemble de surfaces élémentaires ΔS_i de centre M_i . Si G désigne le centre de surface de $S = \sum_{(S)} \Delta S_i$:

$$\sum_{(S)} (\Delta S_i \cdot \overrightarrow{GM_i}) = \vec{0}$$

Cette expression est importante en résistance des matériaux.

2. Moment statique d'une surface plane par rapport à un axe de son plan

2.1 Définition

Soit une surface plane (S) et un repère $(O, \vec{x}, \vec{y})$ de son plan.

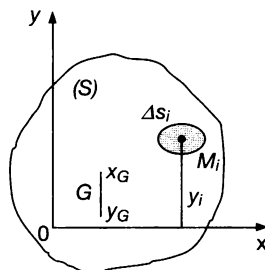


FIG. 14.1

Éléments caractéristiques d'une section droite

Le moment statique $W(O, \vec{x})$ de (S) par rapport à l'axe $(O, \vec{x})$ s'exprime par :

$$W(O, \vec{x}) = \sum_{(S)} y_i \Delta S_i$$

Unité : mm^4 .

Signe : positif, négatif ou nul.

2.2 Propriété

$$W(O, \vec{x}) = y_G S$$

y_G est l'ordonnée du centre de la surface (S) dans $(O, \vec{x}, \vec{y})$.

Si $y_G = 0$, alors $W(O, \vec{x}) = 0$.

Le moment statique d'une surface plane par rapport à un axe de son plan passant par G est nul.

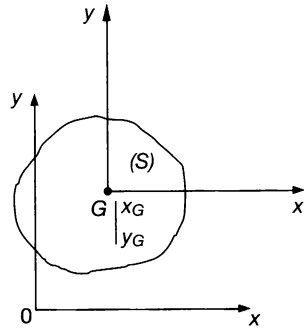


FIG. 14.2

Soit $G(x_G, y_G)$ le centre de surface de (S) et ses coordonnées dans R .

$$I(O, \vec{x}) = I(G, \vec{x}) + S y_G^2$$

$$I(O, \vec{y}) = I(G, \vec{y}) + S x_G^2$$

3.2 Moment quadratique d'une surface plane par rapport à un axe perpendiculaire à son plan. Moment quadratique polaire

Soit une surface plane et un repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ tel que $(O, \vec{z})$ soit perpendiculaire en O à la surface (S) .

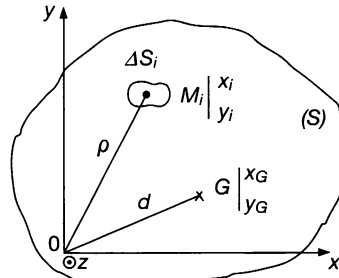


FIG. 14.3

3.1 Moment quadratique d'une surface plane par rapport à un axe de son plan

Soit une surface plane (S) et un repère $(O, \vec{x}, \vec{y})$ de son plan (voir figure 14.1).

Le moment quadratique $I(O, \vec{x})$ de (S) par rapport à l'axe $(O, \vec{x})$ s'exprime par :

$$I(O, \vec{x}) = \sum_{(S)} y_i^2 \cdot \Delta S_i$$

Unité : mm^4 .

Signe : toujours positif.

• Théorème de Huygens

Considérons une surface plane (S) et deux repères $R(O, \vec{x}, \vec{y})$ et $R_1(G, \vec{x}, \vec{y})$ de son plan.

Le moment quadratique de (S) par rapport à $(O, \vec{z})$ s'écrit :

$$I_0 = \sum_{(S)} \rho^2 \cdot \Delta S_i$$

Unité : mm^4 .

Signe : toujours positif.

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

• Théorème de Huygens

Soit $G(x_G, y_G)$ le centre de surface de (S) (voir figure 14.3).

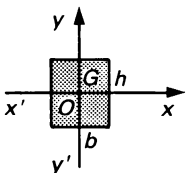
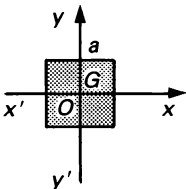
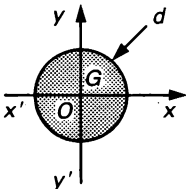
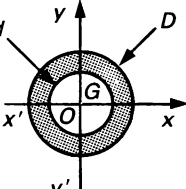
$$I_0 = I_G + Sd^2$$

• Propriété

$$I_0 = I(O, \vec{x}) + I(O, \vec{y})$$

$$\text{En effet : } \rho_i^2 = x_i^2 + y_i^2.$$

3.3 Quelques moments quadratiques à connaître

	I_{GX}	I_{GY}	$I_O = I_G$
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$	$\frac{bh}{12}(b^2 + h^2)$
	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{6}$
	$\frac{\Pi d^4}{64}$	$\frac{\Pi d^4}{64}$	$\frac{\Pi d^4}{32}$
	$\frac{\Pi}{64}(D^4 - d^4)$	$\frac{\Pi}{64}(D^4 - d^4)$	$\frac{\Pi}{32}(D^4 - d^4)$

15. SOLLICITATIONS SIMPLES.

NOTION DE CONTRAINTE

1. Hypothèses de la résistance des matériaux

1.1 Hypothèses sur le matériau

- continuité,
- homogénéité,
- isotropie.

1.2 Hypothèses sur le solide étudié

Nous n'étudions que les solides ayant la forme de poutres. Celles-ci possèdent :

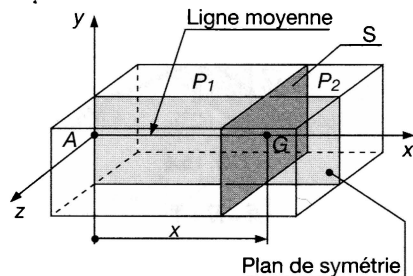


FIG. 15.1

- une ligne moyenne rectiligne (axe $(A, \vec{x})$);
- une section droite (S) constante dont le centre de surface G est sur la ligne moyenne;
- un plan de symétrie $(A, \vec{x}, \vec{y})$.

1.3 Hypothèse sur les forces extérieures appliquées

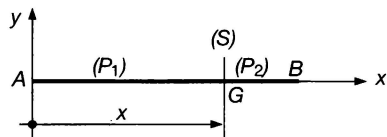
Les forces appliquées à la poutre, concentrées ou réparties sont parallèles à $\vec{y}$ et disposées :

- soit dans le plan de symétrie $(A, \vec{x}, \vec{y})$,
- soit symétriquement par rapport à $(A, \vec{x}, \vec{y})$.

2. Torseur de cohésion

2.1 Définition

Soit une poutre P et une section droite (S) repérée par l'abscisse x de son centre de surface G .



Cette section droite divise P en deux parties :

- le tronçon P_1 dont le volume croît quand x croît,
- le tronçon P_2 dont le volume décroît quand x croît.

$\bar{P}$ désigne de façon simplifiée l'environnement extérieur de la poutre P . En fait, $\bar{P}$ désigne tout ce qui n'est pas P .

Nota : L'attraction terrestre, par exemple, c'est-à-dire l'action de pesanteur que la Terre exerce sur P fait partie de cet environnement extérieur.

- **L'équilibre de la poutre P entraîne**
 $\{\tau(\bar{P} \rightarrow P_1)\} + \{\tau(\bar{P} \rightarrow P_2)\} = \{\vec{0}\} \quad (1)$

• **Considérons le tronçon P_1**

En chaque point $M \in (S)$, le tronçon P_2 exerce sur le tronçon P_1 une action mécanique élémentaire $\vec{df}$. Le torseur associé à ces actions est appelé *torseur de cohésion* $\{\tau_{coh}\}$.

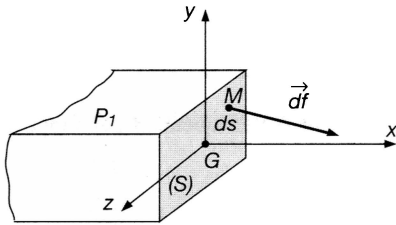


FIG. 15.3

Ce torseur est tel que :

$$\{\tau_{coh}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = \sum_{(S)} \vec{df} \\ \vec{M}_G = \sum_{(S)} (\vec{GM} \wedge \vec{df}) \end{array} \right\} \quad (2)$$

Nota : Un torseur de cohésion ne peut pas être défini ailleurs qu'en G , centre de surface de (S) .

• **L'équilibre du tronçon P_1 entraîne**

$$\{\tau(\vec{P} \rightarrow P_1)\} + \{\tau_{coh}\} = \{\vec{0}\} \quad (3)$$

• **D'après (1), (2), (3) on peut écrire**

$$\{\tau_{coh}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = -\vec{R}(\vec{P} \rightarrow P_1) \\ \vec{M}_G = -\vec{M}_G(\vec{P} \rightarrow P_1) \end{array} \right\} \quad (4)$$

ou bien :

$$\{\tau_{coh}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = \vec{R}(\vec{P} \rightarrow P_2) \\ \vec{M}_G = \vec{M}_G(\vec{P} \rightarrow P_2) \end{array} \right\} \quad (5)$$

On utilisera soit (4), soit (5) en fonction de la simplicité du calcul que ce choix entraîne.

2.2 Repère de définition des sollicitations

$R(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est lié à la section droite (S) (voir figure 15.3). Il est tel que :
 $(G, \vec{x})$ = normale extérieure en G au tronçon P_1 .

$(G, \vec{y})$ = axe de symétrie de (S) .

$(G, \vec{z})$ tel que R soit direct.

3. Sollicitations

3.1 Éléments de réduction en G du torseur de cohésion

Exprimons $\vec{R}$ et $\vec{M}_G$ dans $R(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ (figure 15.4).

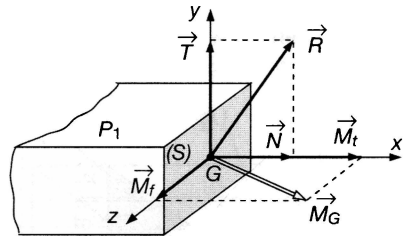


FIG. 15.4

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = \vec{N} + \vec{T} \\ \vec{M}_G = \vec{M}_t + \vec{M}_f \end{array} \right.$$

$\vec{N}$ = effort normal.

$\vec{T}$ = effort tranchant.

$\vec{M}_t$ = moment de torsion.

$\vec{M}_f$ = moment de flexion.

Avec les hypothèses simplificatrices choisies :

$$\vec{N} = N\vec{x}$$

(N = effort normal algébrique).

$$\vec{T} = T_y\vec{y}$$

(T_y = effort tranchant algébrique).

$$\vec{M}_t = M_t\vec{x}$$

(M_t = moment de torsion algébrique).

$$\vec{M}_f = M_{f_z}\vec{z}$$

(M_{f_z} = moment de flexion algébrique).

3.2 Sollicitations simples

Une sollicitation est dite simple quand un seul des quatre éléments $\bar{N}$, $\bar{T}$, $\bar{M}_t$, $\bar{M}_f$ est non nul. En fait, une sollicitation est dite simple quand trois de ces éléments peuvent être négligés devant le quatrième :

- extension : $N > 0$,
- compression : $N < 0$,
- cisaillement : $T_y \neq 0$,
- torsion : $M_t \neq 0$,
- flexion : $M_f \neq 0$ (et le plus souvent $T_y \neq 0$ également).

4. Contrainte

4.1 Définition

Notons $\vec{df}$ la force élémentaire de cohésion que P_2 exerce sur P_1 en $M \in (S)$.

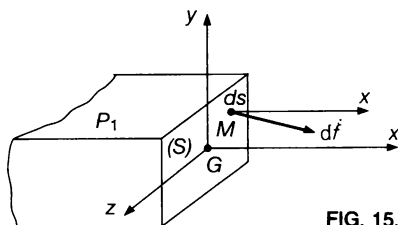


FIG. 15.5

Soit dS l'élément de surface de (S) entourant le point M .

$$\vec{C} = \frac{d\vec{f}}{dS}$$

$\vec{C}$ est la contrainte en M sur la facette dS orientée par la normale $(M, \vec{x})$.

Unité de contrainte : $\|\vec{C}\|$ s'exprime en MPa (mégapascal).

$$1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$$

4.2 Contrainte normale. Contrainte tangentielle

Considérons la facette dS de (S) centrée en M et soit $(M, \vec{x})$ la normale extérieure en M au tronçon P_1 .

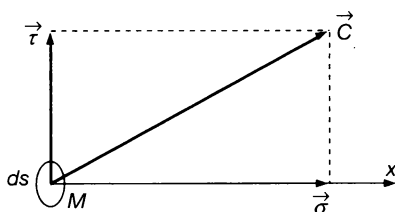


FIG. 15.6

$$\vec{C} = \vec{\sigma} + \vec{\tau}$$

avec :

$\vec{\sigma}$ = contrainte normale, projection de $\vec{C}$ sur $(M, \vec{x})$.

$\vec{\tau}$ = contrainte tangentielle, projection de $\vec{C}$ sur le plan de la facette dS .

Nota : On ne connaît pas, *a priori*, la façon dont les contraintes $\vec{\sigma}$ et $\vec{\tau}$ sont réparties dans (S) .

16. EXTENSION. COMPRESSION

1. Définitions

1.1 Une poutre est sollicitée à l'*extension simple* lorsqu'elle est soumise à deux actions mécaniques qui se réduisent au centre de surface des sections extrêmes à deux résultantes directement opposées et qui tendent à l'allonger.

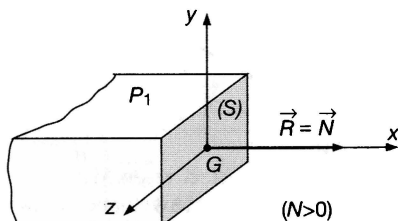


FIG. 16.1

$$\{\tau_{coh}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{array} \right\} \text{ est tel que : } \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} = \vec{N} \\ \vec{M}_G = \vec{0} \end{array} \right.$$

1.2 Une poutre « courte » est sollicitée à la *compréhension simple* lorsqu'elle est soumise à deux actions mécaniques qui se réduisent au centre de surface des sections extrêmes à deux résultantes directement opposées et qui tendent à la raccourcir.

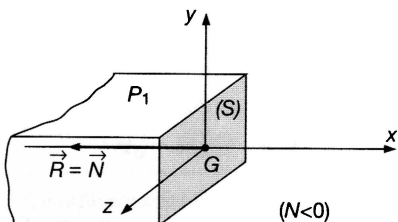


FIG. 16.2

$$\{\tau_{coh}\}_G = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{array} \right\} \text{ est tel que : } \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} = \vec{N} \\ \vec{M}_G = \vec{0} \end{array} \right.$$

2. Contraintes

Dans les deux sollicitations, extension et compression, elles s'expriment de la même façon :

$$\boxed{\sigma = \frac{N}{S}} \quad \left| \begin{array}{l} \sigma \text{ en MPa} \\ N \text{ en newton} \\ S \text{ en mm}^2 \end{array} \right.$$

— Extension : $N > 0, \sigma > 0$.

— Compression : $N < 0, \sigma < 0$.

3. Loi de Hooke et déformations

Dans les deux sollicitations, extension et compression, elles s'expriment de la même façon :

$$\boxed{\sigma = E \varepsilon_x} \quad \text{soit} \quad \boxed{\Delta \ell = \frac{N \ell}{ES}}$$

— Extension : $N > 0, \Delta \ell > 0$.

— Compression : $N < 0, \Delta \ell < 0$.

E est le module d'élasticité longitudinale ou module de Young ; il est exprimé en MPa.

4. Conditions de résistance

- En extension

$$\boxed{\sigma \leq \sigma_{pe}} \quad \text{avec} \quad \sigma_{pe} = \frac{R_e}{s}$$

σ_{pe} = contrainte pratique à l'extension.

- En compression

$$\boxed{|\sigma| \leq \sigma_{pc}} \quad \text{avec} \quad \sigma_{pc} = \frac{R_e^*}{s}$$

R_e^* = limite élastique en compression.

σ_{pc} = contrainte pratique à la compression.

s = coefficient de sécurité.

Nota : Dans l'expression de σ , on doit prendre en compte les coefficients de concentration de contrainte. Ces coefficients de concentration de contrainte k viennent majorer les contraintes calculées.

$$\sigma_{\max} = k \sigma_{\text{calculée}}$$

Ces coefficients, déterminés expérimentalement (voir travaux du CETIM), se rencontrent lorsque les pièces présentent des « accidents » de section, congés, gorges, filetages, clavetages, etc. Ils sont généralement déterminés en utilisant des abaques.

5. Enveloppes minces

- Enveloppe cylindrique

$$\boxed{\sigma = \frac{pd}{2e}}$$

- Enveloppe sphérique

$$\boxed{\sigma = \frac{pd}{4e}}$$

avec :

p = pression effective en MPa.

d = diamètre de l'enveloppe en mm.

e = épaisseur de l'enveloppe en mm.

17. CISAILLEMENT

1. Définition

Une poutre subit une sollicitation de *cisaillement* lorsqu'elle est soumise à deux systèmes d'action de liaison qui se réduisent dans une section droite (S) à deux résultantes directement opposées et perpendiculaires à l'axe de la poutre.

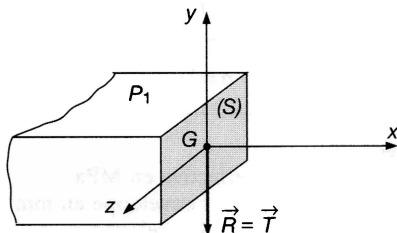


FIG. 17.1

Le système des forces de cohésion que le tronçon P_2 exerce sur le tronçon P_1 se réduit en G , centre de (S) à :

$$\{\tau_{\text{coh}}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{array} \right\} \text{ tel que : } \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} = \vec{T} \\ \vec{M}_G = \vec{0} \end{array} \right.$$

2. Contrainte tangentielle moyenne

La répartition des contraintes $\vec{\tau}$ dans une section droite n'étant en général pas uniforme, on se contente d'exprimer la valeur moyenne de $\|\vec{\tau}\|$:

$$\tau_{\text{moy}} = \frac{\|\vec{T}\|}{S_c}$$

avec :

τ_{moy} = contrainte tangentielle moyenne (MPa).

$\|\vec{T}\|$ = norme de l'effort tranchant maximal (N).

S_c = section de cisaillement ou « cisailée » (mm^2).

3. Condition de résistance au cisaillement

$$\tau_{\text{moy}} \leq \tau_p \quad \text{avec} \quad \tau_p = \frac{\tau_e}{s}$$

τ_e = contrainte tangentielle limite élastique (MPa).

s = coefficient de sécurité. En cisaillement : $5 \leq s \leq 8$.

τ_p = contrainte pratique de cisaillement (MPa).

4. Applications

4.1 Dans le cas d'une goupille, d'un assemblage riveté ou soudé

Le calcul de $\vec{T}$ est en général immédiat. On sera par contre attentif au nombre de sections qui travaillent au cisaillement.

4.2 Dans le cas d'une clavette

La condition la plus contraignante, donc celle qui entraîne le dimensionnement,

ment, est la condition de non-matage. Ce dimensionnement concerne la longueur de la clavette. Lorsque la pression de contact

$$\left(p_c = \frac{F}{S}\right)$$

p_c = pression de contact en MPa,
 F = force de contact en N,
 S = surface de contact en mm².

dépasse une certaine limite appelée *pression de matage* ($p_{\text{mat}} = 30$ MPa pour l'acier doux), il y a matage c'est-à-dire écrasement permanent du matériau et donc accentuation du jeu de fonctionnement.

Condition de non-matage : $p_c \leq p_{\text{mat}}$

soit
$$S \geq \frac{F}{p_{\text{mat}}}$$

4.3 Dans le cas d'un axe d'articulation

Il convient dans un premier temps d'effectuer un calcul d'équilibre de l'axe et de déterminer toutes les actions mécaniques qu'il supporte.

Dans un deuxième temps, on applique la définition de l'effort tranchant et on calcule celui-ci dans toutes les sections cisailées.

Enfin, lorsque $\|\vec{T}\|_{\text{maxi}}$ est déterminé :

$$\tau_{\text{moy}} = \frac{\|\vec{T}\|_{\text{maxi}}}{S} \quad \text{et} \quad \tau_{\text{moy}} \leq \tau_p$$

entraînent le calcul du diamètre minimum de l'axe.

18. TORSION

1. Définition

Une poutre droite est sollicitée à la *torsion simple* lorsqu'elle est soumise à ses deux extrémités à des actions mécaniques de liaison qui se réduisent à deux torseurs couple opposés dont les vecteurs moment sont parallèles à l'axe du cylindre.

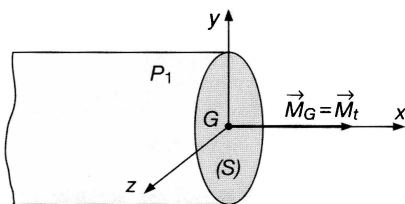


FIG. 18.1

Le système des forces de cohésion que le tronçon P_2 exerce sur le tronçon P_1 se réduit en G , centre de (S) à :

$$\{\tau_{\text{coh}}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{array} \right\} \text{ tel que : } \left\{ \begin{array}{c} \vec{R} = \vec{0} \\ \vec{M}_G = \vec{M}_t \end{array} \right.$$

2. Contrainte dans une section droite

Il existe une fibre neutre (c'est-à-dire pour laquelle $\tau = 0$) passant par le centre de surface G des sections droites.

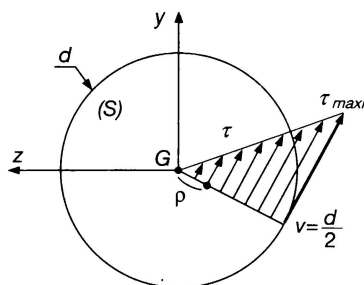


FIG. 18.2

Les contraintes tangentielles de torsion τ se répartissent dans la section droite (S) proportionnellement à leur distance ρ à la fibre neutre :

$$\tau = G\theta\rho$$

3. Contrainte théorique maximale de torsion

Elle est obtenue pour $\rho_{\text{maxi}} = v$.

Le plus souvent en torsion : $v = \frac{d}{2}$.

$$\tau = \frac{M_t}{\left(\frac{I_0}{v}\right)}$$

$$\begin{array}{l} \tau \text{ en MPa} \\ M_t \text{ en N} \cdot \text{mm} \\ \left(\frac{I_0}{v}\right) \text{ en mm}^3 \end{array}$$

4. Contrainte réelle maximale de torsion

En tenant compte des différents coefficients de concentration de contrainte calculés (k) :

$$\tau_{\max} = k \frac{M_t}{\left(\frac{I_0}{\nu}\right)}$$

5. Équation de déformation élastique

Suivant le but poursuivi dans le calcul on utilise

soit : $M_t = G\theta I_0$ soit : $\theta = \frac{M_t}{GI_0}$

- θ en rad/mm.
- G en MPa.
- I_0 en mm⁴.
- M_t en Nmm.

6. Déformation de torsion

Entre deux sections droites S_1 et S_2 distantes de ℓ , l'angle α de rotation relative s'exprime par :

$$\alpha = \theta \ell$$

- α en rad.
- θ en rad/mm.
- ℓ en mm.

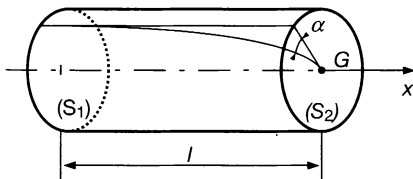


FIG. 18.3

Conversion de α_{rad} en $\alpha_{\text{degrés}}$.

Nous savons que :

$$\pi \text{ radians} = 180 \text{ degrés}$$

donc :

$$\alpha^\circ = \alpha_{\text{rad}} \times \frac{180}{\pi}$$

7. Calcul d'une poutre

Une poutre sollicitée en torsion doit satisfaire à deux conditions :

— Condition de résistance :

$$\tau_{\max} \leq \tau_p \text{ avec } \tau_p = \frac{\tau_e}{s}$$

— Condition de rigidité :

$$\theta \leq \theta_{\text{limite}}$$

8. Détermination d'un ressort hélicoïdal à fil rond

8.1 Caractéristiques du ressort

D = diamètre de l'hélice moyenne.

d = diamètre de fil (normalisé).

n = nombre de spires utiles.

h_0 = hauteur à vide.

8.2 Rigidité d'un ressort

$$k = \frac{P}{f}$$

P = charge axiale (N).

f = flèche = $(h_0 - h)$ en mm.

k = rigidité en N/mm.

8.3 Contrainte de torsion dans le ressort

$$\tau = \frac{8PD}{\pi d^3}$$

8.4 Condition de résistance en fonctionnement normal

Sous $P_{\max}$:

$$\tau_{\max} = \frac{8P_{\max}D}{\pi d^3} \quad \text{et} \quad \tau_{\max} \leq \tau_p$$

8.5 Condition de résistance ultime (à spires jointives)

$$\tau_{\text{ult}} = \frac{8P_{\text{ult}}D}{\pi d^3} \quad \text{et} \quad \tau_{\text{ult}} < \tau_e$$

8.6 Déformation (ou flèche f) d'un ressort

$$f = \frac{8PD^3n}{Gd^4}$$

$$k = \frac{P}{f} = \frac{Gd^4}{8D^3n}$$

k est la raideur ou rigidité du ressort k en N/mm.

19. FLEXION

1. Définition

1.1 Identification de la flexion plane

En G , centre de surface d'une section droite quelconque repérée par son abscisse x , les éléments de réduction du torseur de cohésion sont :

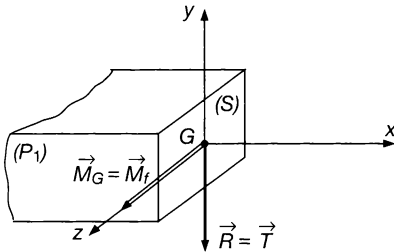


FIG. 19.1

$$\{\tau_{coh}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{Bmatrix}$$

tels que dans $R(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:

$$\begin{cases} \vec{R} = \vec{T} = T_y \vec{y} \\ \vec{M}_G = \vec{M}_f = M_{fz} \vec{z} \end{cases}$$

1.2 La composante T_y de l'effort tranchant $\vec{T}$

Elle est égale à la somme algébrique, changée de signe, des composantes sur $\vec{y}$ des forces extérieures appliquées à (P_1) . (Elle est égale aussi à la somme algébrique des composantes sur $\vec{y}$ des forces extérieures appliquées à (P_2) .)

1.3 La composante M_{fz} du moment de flexion $\vec{M}_f$ en G

Elle est égale à la somme algébrique, changée de signe, des composantes sur $\vec{z}$ des moments en G des forces extérieures appliquées à (P_1) . (Elle est égale aussi à la somme algébrique des composantes sur $\vec{z}$ des moments en G des forces extérieures appliquées à (P_2) .)

1.4 Relation entre T_y et M_{fz}

$$\frac{dM_{fz}}{dx} = -T_y$$

2. Expression des contraintes

2.1 Contraintes normales $\vec{\sigma}$

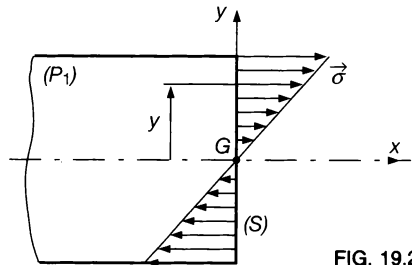


FIG. 19.2

$$\sigma = -y \frac{M_{fz}}{I(G, \vec{z})}$$

σ = contrainte normale algébrique (MPa).

$$\begin{cases} \sigma > 0 & (\text{fibre tendue}) \\ \sigma < 0 & (\text{fibre comprimée}). \end{cases}$$

y = ordonnée de la fibre étudiée (mm).

Mf_z = composante sur $(G, \vec{z})$ du moment de flexion $\vec{M}_F$ (N·mm).

$I(G, \vec{z})$ = moment quadratique de la section droite (S) par rapport à son axe neutre $(G, \vec{z})$ (mm⁴).

● **Contrainte normale maximale**
 $|\sigma|_{\max}$

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|Mf_z|_{\max}}{\left(\frac{I(G, \vec{z})}{v}\right)}$$

v est la distance maximale d'une fibre à l'axe neutre $(G, \vec{z})$ de la section (S).

2.2 Contraintes tangentielles $\vec{\tau}$

On ne sait pas, à ce niveau, calculer $\tau_{\max}$. On peut cependant avoir une valeur approximative de τ en écrivant que :

$$\tau_{\text{unif}} = \frac{|T_y|}{S}$$

Cette dernière relation ne peut servir qu'à un calcul de vérification. On vérifiera que τ_{unif} reste très inférieure à la contrainte limite élastique τ_e . Au-dessus de 0,2 ou 0,3 τ_e il faudrait revoir la détermination de la poutre.

3. Déformations

3.1 Principe de superposition appliqué aux flèches

Dans la limite des déformations élastiques, la flèche algébrique en un point de la fibre moyenne est égale à la somme algébrique des flèches dues à chacune des forces extérieures du système, agissant séparément.

Exemple :

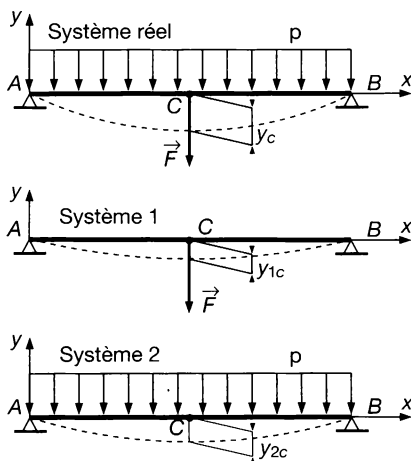


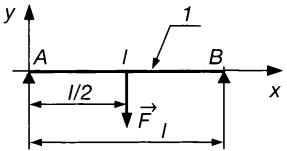
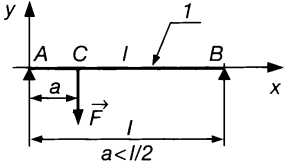
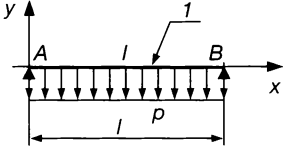
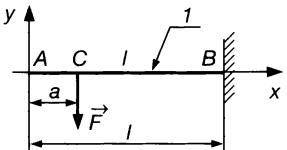
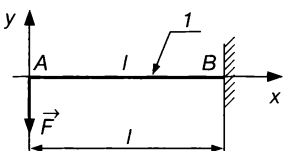
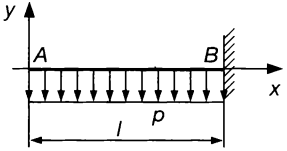
FIG. 19.3

$$y_c = y_{1c} + y_{2c}$$

Le tableau ci-dessous donne les résultats du calcul des flèches pour six cas simples.

Ainsi on écrira pour la flèche y_c de l'exemple ci-dessus :

$$y_c = -\frac{\|\vec{F}\| \ell^3}{48 EI(G, \vec{z})} - \frac{5p\ell^4}{384 EI(G, \vec{z})}$$

Formulaire des déformations de flexion plane simple	
	en I : $y_I = -\frac{\ \vec{F}\ \ell^3}{48 EI (G, \vec{z})}$ $y'_A = -\frac{\ \vec{F}\ \ell^2}{16 EI (G, \vec{z})}$
	en C : $y_C = -\frac{\ \vec{F}\ a^2 (\ell - a)^2}{3 EI (G, \vec{z}) \ell}$ en I : $y_I = -\frac{\ \vec{F}\ a}{48 EI (G, \vec{z})} (3 \ell^2 - 4 a^2)$ $y'_A = -\frac{\ \vec{F}\ a (\ell - a) (2 \ell - a)}{6 EI (G, \vec{z}) \ell}$
	en I : $y_I = -\frac{5 p \ell^4}{384 EI (G, \vec{z})}$ $y'_A = -\frac{p \ell^3}{24 EI (G, \vec{z})}$
	en A : $y_A = -\frac{\ \vec{F}\ }{6 EI (G, \vec{z})} (\ell - a)^2 (2 \ell + a)$ en C : $y_C = -\frac{\ \vec{F}\ }{3 EI (G, \vec{z})} (\ell - a)^3$ $y'_A = y'_C = \frac{\ \vec{F}\ (\ell - a)^2}{2 EI (G, \vec{z})}$
	en A : $y_A = -\frac{\ \vec{F}\ \ell^3}{3 EI (G, \vec{z})}$ $y'_A = \frac{\ \vec{F}\ \ell^2}{2 EI (G, \vec{z})}$
	en A : $y_A = -\frac{p \ell^4}{8 EI (G, \vec{z})}$ $y'_A = \frac{p \ell^3}{6 EI (G, \vec{z})}$

4. Calcul d'une poutre

Trois conditions sont à remplir :

— Deux conditions de résistance :

$$\left\{ \begin{array}{l} |\sigma|_{\max} \leq \sigma_{pe} \text{ (ou } \sigma_{pc}) \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |\tau|_{\max} \leq \tau_p \end{array} \right. \quad (2)$$

— Une condition de rigidité :

$$\text{flèche}_{\max} \leq \text{flèche}_{\text{limite}} \quad (3)$$

• Condition (1)

Tenir compte des concentrations de contraintes.

• Condition (2)

On ne sait pas calculer $|\tau|_{\max}$ mais on doit vérifier que τ_{unif} est nettement inférieure à τ_e .

• Condition (3)

Suivant le type de construction, et notamment quand on a des poutres longues, cette condition peut être difficile à réaliser.

20. SOLLICITATIONS COMPOSÉES ET FLAMBAGE

1. Principe de superposition

Soit une poutre soumise à plusieurs sollicitations simples. Les vecteurs contrainte et les vecteurs déformation qui en résultent sont respectivement les sommes géométriques des vecteurs contrainte et des vecteurs déformation dus à chaque sollicitation simple et telles que les contraintes maximales résultantes restent inférieures à la limite élastique.

2. Flexion et torsion

On peut calculer les contraintes normale et tangentielle équivalentes :

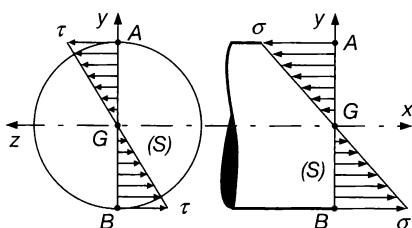


FIG. 20.1

$$|\sigma_{eq}|_{\max} = \frac{1}{2} [|\sigma| + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}]$$

$$|\tau_{eq}|_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

Dans le cas particulier d'une section droite circulaire de rayon R , on définit :

— le moment idéal de flexion :

$$M_{if} = \frac{1}{2} [|Mf_z| + \sqrt{Mf_z^2 + M_t^2}]$$

— le moment idéal de torsion :

$$M_{it} = \sqrt{Mf_z^2 + M_t^2}$$

La poutre se calcule alors :

— soit en flexion :

$$|\sigma|_{\max} = \frac{M_{if}}{I(G, \vec{z})} R$$

telle que $|\sigma|_{\max} \leq \sigma_{pe}$.

— soit en torsion :

$$|\tau|_{\max} = \frac{M_{it}}{I_0} R$$

telle que $|\tau|_{\max} \leq \tau_p$.

3. Flexion et extension ou compression

3.1 Contrainte normale σ_1 due à l'effet normal N

$$\sigma_1 = \frac{N}{S}$$

Extension : $N > 0, \sigma > 0$

Compression : $N < 0, \sigma < 0$.

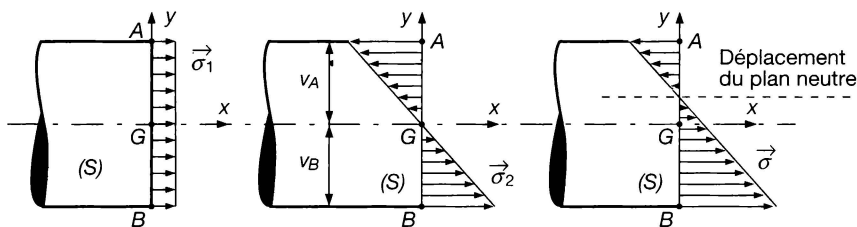


FIG. 20.2

3.2 Contrainte normale σ_2 due au moment de flexion Mf_z

$$\sigma_2 = - \frac{Mf_z}{I(G, \vec{z})} y$$

Cette contrainte est maximale, en valeur absolue, quand :

$$|Mf_z|_{\max} \quad \text{et} \quad |y|_{\max} = v.$$

3.3 Contrainte normale résultante

$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2$$

entraîne en projection sur $(G, \vec{x})$ (voir figure 20.2).

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$$

Dans une sollicitation composée de flexion, et extension ou compression, on doit calculer la contrainte résultante maximale pour les fibres tendues et pour les fibres comprimées.

poutre est comprimée, elle reste rectiligne et se raccourcit.

— Lorsque la charge axiale F atteint F_c , la poutre fléchit brusquement et se rompt très vite. On observe que la flexion se produit suivant la direction $(\vec{y})$; $I(G, \vec{z})$ étant le plus faible moment quadratique de la section droite de la poutre.

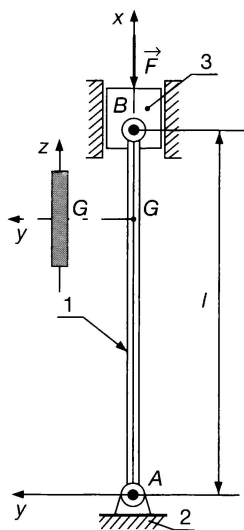


FIG. 20.3

4. Flambage

4.1 Définition

Lorsqu'une pièce en forme de poutre rectiligne suffisamment longue subit un **effort axial croissant** tendant à la raccourcir, on observe **successivement deux types de sollicitations**.

— Pour une charge axiale F inférieure à une limite notée F_c (charge critique), la

Dans ce cas de figure, la poutre fléchit dans le plan $(A, \vec{x}, \vec{y})$ perpendiculaire à $(G, \vec{z})$.

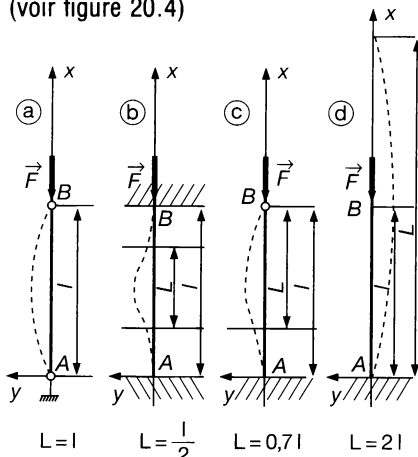
Il s'agit en fait de vérifier une condition de non-flambage. Cette condition dépend : du matériau de la poutre, de la longueur libre de flambage, des proportions de la section par rapport à la longueur, c'est-à-dire de l'élancement.

4.2 L'élancement critique λ_c

Il ne dépend que de la nature du matériau :

$$\lambda_c^2 = \frac{\pi^2 E}{R_e}$$

4.3 L'élancement λ de la poutre (voir figure 20.4)



a. La poutre est en liaison pivot à ses deux extrémités : $L = \ell$.

b. La poutre est parfaitement encastree à ses deux extrémités : $L = \frac{\ell}{2}$.

c. La poutre est parfaitement encastree à une extrémité et en liaison pivot à l'autre : $L = 0,7 \ell$.

d. La poutre est parfaitement encastree à une extrémité et libre à l'autre : $L = 2 \ell$.

FIG. 20.4

$$\lambda = \frac{L}{\rho}$$

avec :

ρ = rayon de giration de la section droite :

$$\rho = \sqrt{\frac{I(G, \vec{z})}{S}}$$

avec :

L = longueur libre de flambage.

ℓ = longueur de la poutre.

$I(G, \vec{z})$ est le moment quadratique minimum de la section.

S est l'aire de la section droite.

4.4 Soit à calculer la force axiale F que peut supporter la poutre

Si $\lambda < \lambda_c$: la poutre ne peut pas flamber ; on doit donc la calculer en compression :

$$F = \sigma_{pc} S \quad (1)$$

Si $\lambda > \lambda_c$: soit environ $\lambda_c < \lambda < 1,5 \lambda_c$ (élancement moyen), la poutre peut flamber ; on doit la calculer avec la formule expérimentale de Rankine :

$$F = \frac{\sigma_{pc} S}{1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} \quad (2)$$

Si $\lambda > \lambda_c$: soit environ $\lambda > 1,5 \lambda_c$ (élancement important), la poutre peut flamber ; on doit la calculer avec la formule d'Euler :

$$F = \frac{\sigma_{pc} S}{2 \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} \quad (3)$$

Ne pas oublier que la force F ainsi calculée (dans les deux cas de flambage évidemment, soit avec (2) Rankine ou (3) Euler) a été exprimée en tenant compte d'un certain coefficient de sécurité k sur les charges :

$$k = \frac{F_c}{F}$$

avec :

$$F_c = \frac{\pi^2 EI(G, \vec{z})}{L^2}$$

(charge critique d'Euler).

En tout état de cause, un calcul au flambage est dans la plupart des cas un calcul pour vérifier qu'il n'y a aucun risque de flambage.

21. HYDROSTATIQUE

1. Fluide parfait incompressible

Les forces de contact de ce fluide sont perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent.

Le volume occupé par une certaine masse est indépendant de la pression extérieure. Ceci revient à dire que la masse volumique ρ d'un tel fluide est constante :

$$\rho \text{ (kg/m}^3\text{)} = \text{cste}$$

2. Pression en un point

2.1 Définition (voir figure 21.1)

En un point A d'un fluide, sur une petite facette plane de surface élémentaire dS s'exerce une force élémentaire $d\vec{F}$ perpendiculaire à dS .

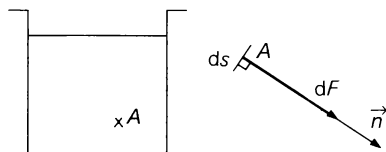


FIG. 21.1

La pression p au point A est définie par :

$$p = \frac{\|\vec{dF}\|}{dS}$$

Elle est indépendante de l'orientation de la facette autour de A .

2.2 Unité de pression

L'unité légale est le **pascal** :

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

On rencontre très souvent :

$$1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2 \text{ (un mégapascal)}$$

et le bar :

$$1 \text{ bar} \approx 0,1 \text{ MPa}$$

$$1 \text{ bar} \approx 1 \text{ daN/cm}^2$$

La pression est un scalaire.

2.3 Pression relative (ou effective)

C'est la différence entre la pression absolue (ou réelle) et la pression atmosphérique p_0 .

$$p_{\text{eff}} = p_{\text{réelle}} - p_0$$

2.4 Force de pression (voir figure 21.1)

Orientons la facette dS en A par sa normale unitaire $\vec{n}$.

La force élémentaire de pression en A sur la facette dS orientée par $\vec{n}$ s'exprime par :

$$\vec{dF} = p \, dS \vec{n}$$

3. Théorème de Pascal

3.1 Relation fondamentale de l'hydrostatique

Dans un fluide, considérons deux points G_1 et G_2 situés à des hauteurs

différentes. Il existe une relation entre les pressions p_1 en G_1 et p_2 en G_2 (voir figure 21.2).

Soit :

ρ la masse volumique du fluide (kg/m^3),
 g l'accélération de la pesanteur (m/s^2),
 z_1 et z_2 les altitudes (m),
 p_1 et p_2 les pressions (Pa).

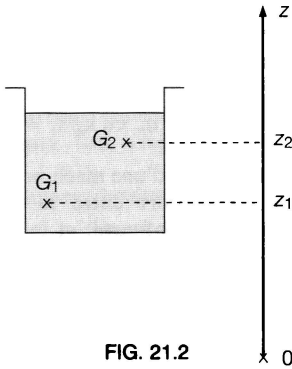


FIG. 21.2

$$p_1 - p_2 = \rho g (z_2 - z_1)$$

3.2 Théorème de Pascal

Toute variation de pression en un point d'un fluide entraîne la même variation de pression en tout point du fluide.

3.3 Poussée d'un fluide sur une paroi verticale

La paroi verticale possède un axe de symétrie $(G, \vec{y})$.

G est son centre de surface.

Soit p_G la pression effective en G .

$$p_G = p_{\text{réelle en } G} - p_0$$

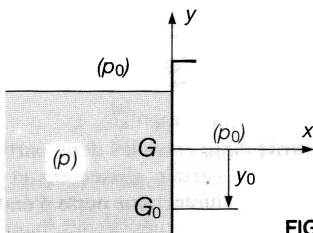


FIG. 21.3

Soit ρ la masse volumique du fluide (voir figure 21.3).

Soient $\vec{R}$ et $\vec{M}_G$ les éléments de réduction en G du torseur associé aux actions mécaniques du fluide sur la paroi verticale. On démontre que :

$$\{\tau_{\text{poussée}}\}_G = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = p_G S \vec{x} \\ \vec{M}_G = \rho g I (G, \vec{z}) \vec{z} \end{array} \right\}$$

• Centre de poussée

Il existe un point G_0 situé au-dessous de G où le moment résultant des forces de pression est nul.

Soit y_0 son ordonnée.

On démontre que :

$$y_0 = - \frac{\|\vec{M}_G\|}{\|\vec{R}\|}$$

Donc au centre de poussée G_0 :

$$\{\tau_{\text{poussée}}\}_{G_0} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = p_G S \vec{x} \\ \vec{M}_{G_0} = \vec{0} \end{array} \right\}$$

4. Théorème d'Archimède

Tout solide immergé dans un fluide en équilibre est soumis de la part de ce dernier à des forces de pression $d\vec{F}$ dont les actions mécaniques sont modélisables au *centre de gravité G du fluide déplacé* par un glisseur dont la résultante est directement opposée au poids du fluide déplacé.

$\vec{P}$ est le poids du fluide déplacé.

Alors :

$$\{\tau_{\text{poussée}}\}_G = \left\{ \begin{array}{l} -\vec{P} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

22. ÉCOULEMENT PERMANENT

DES FLUIDES RÉELS

1. Écoulement d'un fluide dans une conduite

1.1 Débit massique et débit volumique

d'un fluide incompressible de masse volumique ρ s'écoulant à la vitesse moyenne v dans une conduite de section S .

$$q_m = \rho S v$$

$$q_v = S v$$

q_m = débit massique (kg/s).

q_v = débit volumique (m³/s).

ρ = masse volumique du fluide (kg/m³).

S = section de la conduite (m²).

v = vitesse moyenne du fluide à travers la section S (m/s).

1.2 Convention de signe

Lorsqu'un fluide, entre les sections repérées 1 et 2, échange un travail mécanique W_{12} avec une machine hydraulique (vélin, pompe, turbine, etc.).

$W_{12} > 0$, s'il est reçu par le fluide.

$W_{12} < 0$, s'il est fourni par le fluide.

1.3 Puissance et rendement d'une machine hydraulique

La puissance nette P_n d'une machine hydraulique est le travail par unité de temps qu'elle échange avec le fluide qui la traverse :

$$P_n = \frac{dW_{12}}{dt}$$

soit :

$$P_n = W_{12} q_m$$

avec : P_n en watt, q_m en kg/s, W_{12} en J/kg.

Le rendement d'une machine hydraulique est le rapport entre la puissance mécanique qu'elle fournit et la puissance qu'elle utilise ($\eta < 1$).

2. Écoulement permanent d'un fluide réel

2.1 Viscosité

Deux points M_1 et M_2 appartenant à une section (S) d'un fluide réel qui s'écoule dans une conduite n'ont pas la même vitesse.

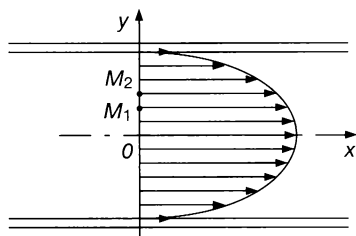


FIG. 22.1

Il existe donc entre les deux particules M_1 et M_2 un certain glissement et donc pour le fluide une certaine perte d'énergie. C'est la viscosité.

Écoulement permanent des fluides réels

2.2 Nature d'un écoulement

Un écoulement est caractérisé par le nombre de Reynolds : $\mathcal{R}$.

$$\mathcal{R} = \frac{vd}{\nu}$$

Avec :

v = vitesse moyenne d'écoulement (m/s).

d = diamètre de la conduite (m).

ν = viscosité cinématique (m²/s);

autre unité très employée, le stocke, 1 St = 10⁻³ m²/s.

Écoulement laminaire :

$$\mathcal{R} < 2000.$$

Écoulement turbulent lisse :

$$2000 < \mathcal{R} < 10^5$$

Écoulement turbulent rugueux :

$$\mathcal{R} > 10^5$$

2.3 Pertes de charge (J toujours négatif)

• Pertes de charge régulières

$$J = -\lambda \frac{v^2}{2} \times \frac{\ell}{d} \quad (\text{J/kg})$$

Ces pertes de charge caractérisent l'énergie perdue par frottement entre les filets fluides (viscosité) et contre les parois.

Avec :

λ = coefficient de perte de charge (sans unité).

ℓ = longueur du tronçon de conduite considéré (m).

Dans un écoulement laminaire :

$$\lambda = \frac{64}{\mathcal{R}} \quad (\text{Poiseuille}).$$

Dans un écoulement turbulent lisse :

$$\lambda = 0,316 \mathcal{R}^{-0,25} \quad (\text{Blasius}).$$

Dans un écoulement turbulent rugueux :

$$\lambda = 0,79 \sqrt{\frac{\varepsilon}{d}} \quad (\text{Blench}).$$

• Pertes de charge singulières

$$J = -\xi \frac{v^2}{2} \quad (\text{J/kg})$$

Ces pertes de charge caractérisent l'énergie perdue par les turbulences des filets fluides dans les *accidents de section*, coudes, etc. ξ est un coefficient caractéristique de la géométrie de cet *accident*.

3. Théorème de Bernoulli généralisé (voir figure 22.2)

Ce théorème appliqué à 1 kg de fluide qui s'écoule de la section 1 à la section 2 traduit la conservation de l'énergie mécanique. Tous les termes s'expriment en J/kg. La perte de charge totale J_{12} est toujours négative. W_{12} peut être positif ou négatif suivant que la machine fournit ou utilise l'énergie du fluide. W_{12} est nul quand il n'y a aucune machine hydraulique entre 1 et 2.

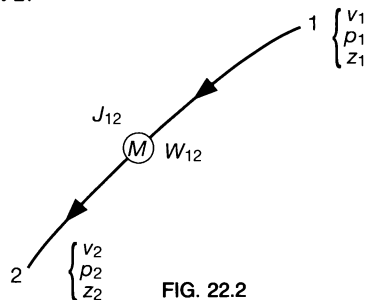


FIG. 22.2

$$\frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) + \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1) + g (z_2 - z_1) = W_{12} + J_{12}$$

• Alimentation d'un vérin

On utilise, généralement, une pompe dont la puissance est fournie par un motoréducteur, un distributeur adapté à la fonction et commandé par deux électroaimants, un limiteur de pression et un réservoir.

Si la masse à mettre en mouvement est importante, ne pas oublier le facteur d'inertie ou résultante dynamique $M\vec{\gamma}$ pour calculer la pression à utiliser.

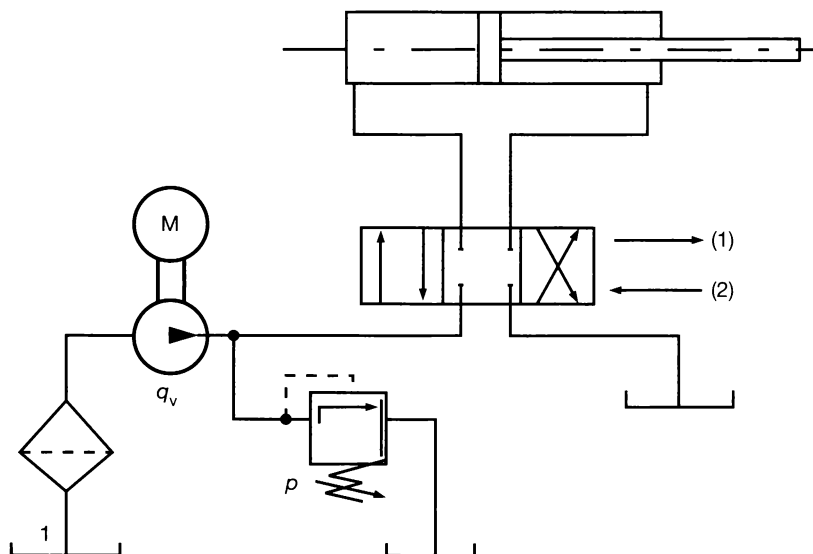


FIG. 22.3

PHYSIQUE

23. LES OSCILLATEURS

1. Mouvement oscillatoire

1.1 Définition

Un système matériel oscille lorsqu'au cours du temps il reprend plusieurs fois un même état physique :

- même position pour un système mécanique,
- même sens de circulation des courants pour un système électrique, etc.

1.2 Limites de l'étude

Nous limiterons notre étude aux oscillations périodiques (qui reprennent le même état physique à des intervalles de temps égaux) et parmi celles-ci nous rencontrerons le plus souvent des vibrations sinusoïdales.

2. Systèmes oscillants

2.1 Systèmes oscillants « sans pertes »

Ces systèmes sont théoriques et tout à fait irréalisables. Leur étude suppose en effet qu'ils n'entretiennent aucun échange d'énergie avec le milieu extérieur :

- systèmes mécaniques... sans frottements,
- systèmes électriques... sans perte par effet Joule,
- etc.

Tels quels, ils permettent toutefois de définir les grandeurs fondamentales des systèmes oscillants réels.

2.2 Équation différentielle caractéristique

L'application de lois physiques simples à un système oscillant sans perte conduit à une équation différentielle du type :

$$Af''(t) + Bf(t) = 0$$

dont la solution $f(t)$ est une fonction du temps qui s'exprime le plus souvent ainsi :

$$f(t) = C \sin(\omega t + \varphi)$$

où :

C est l'amplitude maximale de la vibration ;

φ peut être déterminé par la valeur particulière $f(0)$ prise par la fonction $f(t)$ quand $t = 0$;

$\omega = \sqrt{\frac{B}{A}}$ est la pulsation de l'oscillation ; cette grandeur s'exprime en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Deux autres grandeurs fondamentales caractérisent une oscillation périodique :

— la période $T = \frac{2\pi}{\omega}$ qui est l'inter-

valle de temps qui sépare deux passages successifs de l'oscillateur par le même état physique ;

— la fréquence $F = \frac{1}{T}$ qui exprime

combien de vibrations ont lieu en une seconde. L'unité de fréquence est le hertz (Hz).

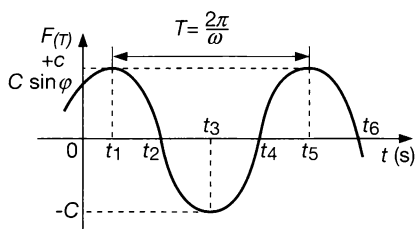


FIG. 23.1

Sur la figure 23.1 ont été représentées pour une oscillation sinusoïdale :

- sa période T ,
- son amplitude C ,
- l'influence de la phase à l'origine φ sur le point de départ ($t = 0$) de la courbe.

2.3 Applications

- **Pendule simple** (voir figure 23.2)

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

g = accélération de la pesanteur en m/s^2
ou $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$,

ℓ = longueur du pendule en m.

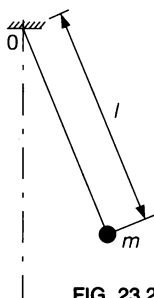


FIG. 23.2

- **Circuit oscillant parallèle** (voir figure 23.3)

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad T = 2\pi \sqrt{LC}$$

L = valeur de la self-inductance de la bobine en henrys (H).

C = capacité du condensateur en farads (F).

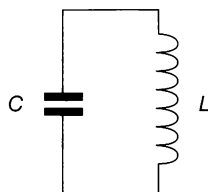


FIG. 23.3

2.4 Systèmes oscillants réels

Tous les oscillateurs (et toutes les machines en général) échangent de l'énergie avec le milieu extérieur. Cette énergie « perdue par la machine » entraîne nécessairement un **amortissement** (plus ou moins rapide) des oscillations.

Lorsqu'on souhaite qu'un oscillateur fonctionne de façon permanente, il faut lui fournir une énergie suffisante pour compenser les pertes ; c'est alors un **oscillateur entretenu**.

24. OSCILLATIONS FORCÉES ET RÉSONANCE

1. Mouvement de rotation uniforme et mouvement sinusoïdal

1.1 Mouvement de rotation uniforme

Soit un cercle de centre O et de rayon $R = OA$.

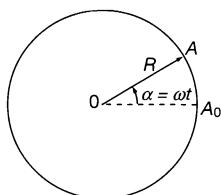


FIG. 24.1

Supposons que le rayon $[OA]$ balaie un angle orienté $\alpha = (\overrightarrow{OA_0}, \overrightarrow{OA})$ de telle façon que celui-ci soit proportionnel au temps.

$$\alpha = \omega t \quad (1)$$

α : angle balayé en radian (rad),
 t : temps en seconde (s).

ω est une constante appelée **fréquence de rotation** ou fréquence angulaire; elle s'exprime en radian par seconde ou $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

• Période du mouvement

Si T (en seconde) exprime le temps mis par le rayon $[OA]$ pour balayer 1 tour, c'est-à-dire pour $\alpha = 2\pi$ rad, on peut écrire d'après (1) : $2\pi = \omega T$

soit

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2)$$

T est appelée la **période du mouvement de rotation uniforme**.

1.2 Mouvement sinusoïdal

Reprenons le mouvement circulaire uniforme décrit ci-dessus et projetons orthogonalement le point A sur un axe $(I, \vec{x})$ quelconque mais tel que l'origine I soit le projeté orthogonal du centre O du cercle.

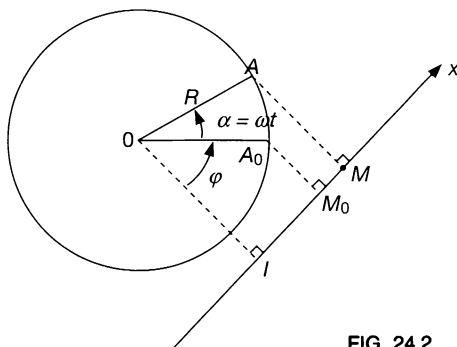


FIG. 24.2

Soit $\varphi = (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA_0})$.

Exprimons l'équation du mouvement de M , projeté orthogonal de A sur l'axe $(I, \vec{x})$.

$$\overline{IM} = x = R \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

où :

$x = f(t)$ est l'amplitude instantanée (en m),

R est l'amplitude maximale du mouvement (en m),

ω est la pulsation du mouvement; elle s'exprime comme la fréquence angulaire en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$,

φ est la phase initiale (en rad); elle conditionne la position A_0 de A ou M_0 de M lorsque $t = 0$.

• Fréquence du mouvement

Quand un mouvement est très rapide, sa période T est très courte; on préfère définir la fréquence F du mouvement comme le nombre de périodes par seconde :

$$F = \frac{1}{T} \quad (4)$$

T = période en secondes (s),

F = fréquence en hertz (Hz).

Exemple : Courant alternatif délivré par le secteur :

$$T = 0,02 \text{ s}; \quad F = 50 \text{ Hz}$$

Remarque : Lorsqu'un système oscille librement (sans contrainte extérieure), sa pulsation ω , sa fréquence F , et sa période T s'appellent, pulsation propre ω_0 , fréquence propre F_0 et période propre T_0 .

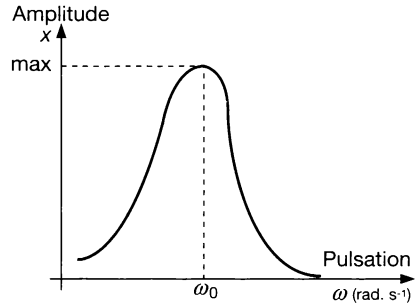


FIG. 24.3

— Quand ω est très inférieure à la pulsation propre ω_0 du système, l'amplitude de l'oscillation reste faible.

— Quand ω devient proche de la pulsation propre ω_0 , l'amplitude de l'oscillation devient très grande, on dit que le système entre **en résonance**; ce phénomène peut être destructeur.

— Quand ω devient nettement plus élevée que ω_0 , l'amplitude de l'oscillation devient pratiquement nulle.

2. Oscillations forcées

2.1 Description du phénomène

Lorsqu'un système oscillant de période propre T_0 est soumis à une excitation périodique de période T , il se met à vibrer à la période T qui lui est imposée. *Il subit une oscillation forcée.*

Suivant que T est plus ou moins proche de T_0 , le comportement du système, c'est-à-dire l'amplitude de son oscillation, peut être très différente.

2.2 Résonance

Exprimons sur une courbe la réponse d'un système oscillant à une excitation périodique de période T , ou plutôt de pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T}$ variable.

2.3 Exemple de circuit oscillant parallèle

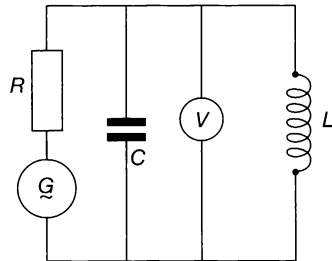


FIG. 24.4

G = générateur de tension sinusoïdale à fréquence variable (pour faire varier ω).

R = résistance en Ω (ohm).

C = condensateur de capacité C en F (farads).

L = bobine d'inductance L en H (henrys).

V = voltmètre électronique.

Pour ω , proche de la pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ apparaît une résonance électrique caractérisée par une tension oscillante d'amplitude $U_{\max}$ importante aux bornes de L ou de C .

2.4 Amortissement

Un système oscillant possède une amplitude maximale de résonance d'autant plus importante qu'il est peu amorti (c'est-à-dire que ses pertes sont faibles). Pour diminuer l'amplitude de l'oscillation à la résonance, il suffit donc d'amortir le système en augmentant ses pertes.

25. GÉNÉRALITÉS SUR LES ONDES

Les objets ne sont pas les seuls à pouvoir se déplacer ; on peut observer dans certaines circonstances le déplacement de la déformation d'un milieu élastique, câble, ressort, fluide, etc.

Nota : La théorie de la relativité restreinte (Einstein) postule que la vitesse de la lumière dans le vide ou dans l'air ne peut pas être dépassée.

1. Qu'est-ce qu'une onde ?

1.1 Définition

On appelle *onde* toute perturbation qui se déplace sans transport de matière.

Les ondes mécaniques ne peuvent exister que dans des milieux matériels élastiques (exemple : sons dans l'air).

Les ondes électromagnétiques peuvent exister dans le vide (exemple : lumière venant des étoiles).

1.2 Vitesse de propagation d'une onde (on célérité)

Considérons une onde de durée très courte (exemple : un « top sonore » émis à l'instant $t=0$) ; si elle est perçue à l'instant t à une distance ℓ , alors sa célérité est :

$$\boxed{v = \frac{\ell}{t}}$$

v en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; ℓ en m ; t en s .

On trouve ainsi :

— Vitesse de propagation du son dans l'air : $v = 350 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

— Vitesse de propagation de la lumière dans le vide ou dans l'air :

$$c = 299\,792 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

(approximativement $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).

2. Ondes entretenues

2.1 Définition

Une onde entretenue est une perturbation, régulière et durable, qui se propage de proche en proche.

Les ondes entretenues apparaissent toujours au voisinage des oscillateurs.

2.2 Amplitude et longueur d'onde

Lorsqu'une onde entretenue se déplace, et quelle que soit sa nature, deux grandeurs la caractérisent :

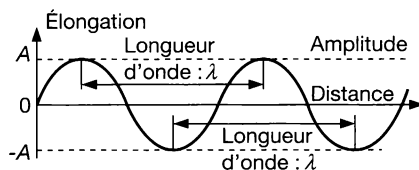


FIG. 25.1

• L'amplitude A

Elle mesure l'importance de l'ébranlement dû à l'onde. A peut être une longueur (m) pour une corde vibrante, une pression (Pa) pour une onde sonore, etc.

• La longueur d'onde λ

Elle mesure la distance (m) entre deux maxima ou deux minima successifs.

2.3 Vitesse de propagation. Période. Fréquence

- **La vitesse de propagation**

v est la vitesse avec laquelle l'ébranlement se déplace dans le milieu. v s'exprime en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- **La période T**

C'est l'intervalle de temps qui sépare les passages au même point de deux maxima (ou deux minima) successifs. T s'exprime en s.

- **La fréquence F**

C'est le nombre de maxima (ou de minima) qui passe en un point en une seconde. F s'exprime en hertz (Hz).

$$\lambda = v \times T$$

$$F = \frac{1}{T}$$

λ = longueur d'onde en (m).

v ou c = vitesse de propagation en ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$).

T = période en (s).

F = fréquence en (Hz).

26. STRUCTURE, ÉMISSION ET RÉCEPTION D'UN SON

1. Nature physique du son

1.1 Production d'un son dans un gaz

Dans un espace rempli de gaz (air en général), une succession régulière de surpressions et de dépressions (ébranlements) engendre l'émission d'un son. La vitesse de propagation de l'onde sonore qui résulte de cette succession d'ébranlements est toujours égale dans l'air à environ $350 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1.2 Principe du haut-parleur

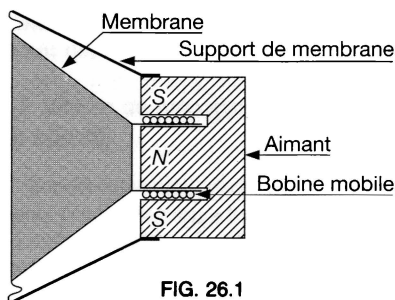


FIG. 26.1

Dans l'entrefer cylindrique d'un aimant permanent, une bobine de fil très fin peut se mouvoir longitudinalement. Parcourue par un courant alternatif, elle se trouve tour à tour attirée puis repoussée à l'intérieur de l'aimant. Dans son mouvement, la bobine entraîne la membrane légère dont elle est solidaire et cette dernière émet ainsi un son qui est l'image exacte du courant excitateur. Il suffit donc de faire varier la fréquence et l'intensité de ce courant pour modifier le son émis.

2. Propagation des sons

2.1 Géométrie d'une onde sonore

Lorsqu'un son est produit, à la sortie d'un haut-parleur ou à l'embouchure d'un instrument de musique (trompette par exemple), il est provoqué par la variation alternative de pression de l'air.

Ces zones de surpressions et de dépressions successives, en l'absence d'obstacles, s'éloignent de la source sonore à la même vitesse et dans toutes les directions de l'espace. Les surfaces dont tous les points sont à la même pression (surfaces d'onde) sont alors des sphères centrées sur la source sonore. On dit que l'onde ainsi formée est sphérique.

2.2 Onde plane

Dès que l'on se trouve à plus de deux mètres d'une source sonore de petite dimension, l'éloignement est suffisant pour que la partie des surfaces d'onde qui agit sur le tympan ou la membrane d'un microphone puisse être considérée comme plane.

3. Réception des sons

3.1 Principe

La succession de surpressions et de dépressions de l'air (ondes sonores) provoque le mouvement d'une petite membrane. Ce mouvement peut être capté, amplifié et transmis sous forme de signal électrique.

3.2 Microphone

Les mouvements de la membrane sont transmis à une bobine qui se déplace dans le champ d'un aimant. Il en résulte, dans la bobine, un courant induit qui est l'image du son capté.

3.3 Oreille

La membrane est appelée tympan et ses vibrations sont transmises par l'intermédiaire d'une chaîne de trois petits os et du limaçon (oreille interne) au nerf acoustique qui conduit l'influx nerveux (signal électrique) au cerveau.

4. Caractéristiques des sons

4.1 Période et fréquence d'un son

• La période T (s)

C'est l'intervalle de temps qui sépare le passage au même point de deux surpressions (ou de deux dépressions) successives.

• La fréquence F (Hz)

C'est le nombre de surpressions (ou de dépressions) subies en une seconde par une membrane élastique immobile sur le trajet de l'onde.

$$F = \frac{1}{T}$$

F = fréquence en hertz (Hz).

T = période en secondes (s).

4.2 Intensité d'un son

On appelle intensité I d'un son la puissance mécanique reçue par une membrane de 1 m^2 de surface perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde.

L'unité d'intensité d'un son est le watt par mètre carré ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$). On démontre que cette intensité est proportionnelle au carré de la pression acoustique maximale.

4.3 Timbre

L'oreille distingue très bien la même note de musique jouée par des instruments différents, flûte, piano, violon, etc., à cause du timbre propre à chacun d'eux.

Un son de fréquence F résulte le plus souvent de la somme d'une onde sinusoïdale de même fréquence appelée **fondamental** et d'**harmoniques** sinusoïdaux de fréquences $2F$, $3F$, $4F$, etc., en proportions variables.

Les amplitudes des divers harmoniques conditionnent le **timbre** du son.

4.4 Sensibilité et limites de l'oreille humaine

Notre oreille, très sensible aux bruits faibles le devient de moins en moins lorsque l'intensité sonore augmente.

Au-delà d'un certain niveau (seuil de douleur), la perception du son devient traumatisante pour le système nerveux (coup de tonnerre ou orchestre rock déchainé!).

L'intensité physique I d'un son provoque pour une « oreille normale » une sensation ou **intensité physiologique** φ telle que :

$$\varphi = \log I + C$$

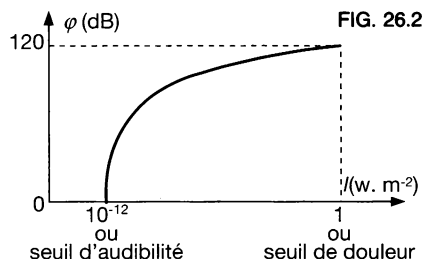
Si l'on pose $\varphi = 0$ pour $I = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ (seuil d'audibilité), on trouve $C = 12$ et par suite :

$$\varphi = \log I + 12$$

φ est l'intensité physiologique exprimée en bels (B) ou en décibels (DB).

I est l'intensité physique exprimée en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$.

$$\text{Alors : } \varphi = 10 \log I + 120$$



27. ONDES SONORES ET PHÉNOMÈNES ONDULATOIRES

1. Réflexion des ondes sonores

Lorsqu'un faisceau d'ondes sonores se réfléchit sur un **miroir**, les angles d'incidence $\hat{i}$ et de réflexion $\hat{r}$ sont égaux.

Ce phénomène est aisément mis en évidence en utilisant des ultra-sons ($F > 20$ kHz) pour lesquels il est plus facile d'obtenir un faisceau d'ondes étroit (fig. 27.1).

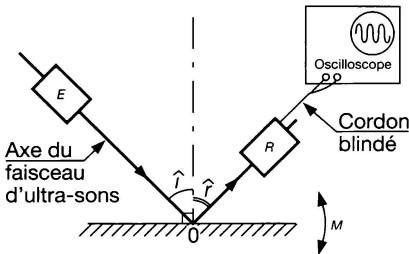


FIG. 27.1

Nota : Le **miroir** est une grande surface rigide en verre, métal...

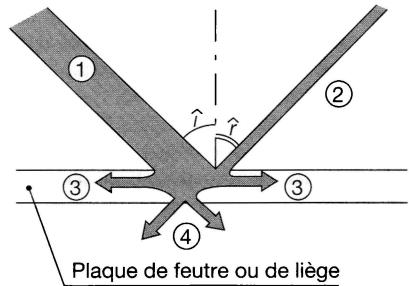


FIG. 27.2

• En 1

Le faisceau incident, qui arrive sur la plaque de liège fait un angle $\hat{i}$ avec la normale à celle-ci et véhicule une énergie acoustique importante.

• En 2

Le faisceau réfléchi fait avec la normale un angle $\hat{r} = \hat{i}$ et ne véhicule qu'une faible énergie acoustique.

• En 3

L'énergie acoustique est « absorbée » par la plaque.

• En 4

L'énergie acoustique a traversé la plaque et se dissipe dans toutes les directions.

Les matériaux qui permettent l'absorption des sons sont des **isolants phoniques**. Ils permettent d'insonoriser les machines bruyantes et de diminuer le bruit dans certains locaux.

2. Absorption des ondes sonores

Certains corps possèdent la propriété d'absorber en partie les ondes sonores.

Si nous remplaçons le **miroir** de la figure 27.1 par une plaque de liège, on observe (fig. 27.2) :

Ondes sonores et phénomènes ondulatoires

La qualité d'un isolant phonique est déterminée par son coefficient d'absorption α :

$$\alpha = \frac{P_A}{P_I}$$

avec :

P_A = puissance sonore absorbée par le matériau.

P_I = puissance sonore incidente.

(Ces puissances sont exprimées en watts.)

3. Diffraction des ondes sonores

Lorsqu'un son de longueur d'onde λ traverse une ouverture (fenêtre, porte, etc.) il peut être plus ou moins modifié en fonction de la largeur ℓ de cette ouverture.

Si $\ell > \lambda$, l'onde plane incidente est peu modifiée.

Si $\ell < \lambda$, l'onde plane incidente est transformée en onde sphérique.

Rappelons que : $\lambda = \frac{c}{F}$

avec :

λ = longueur d'onde (en m).

c = célérité (ou vitesse) du son :

$c = 350 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans l'air.

F = fréquence du son (en Hz).

Condition de diffraction :

$$\ell < \frac{c}{F}$$

ou pour une ouverture de largeur ℓ donnée :

$$F < \frac{c}{\ell}$$

Pour $F = \frac{c}{\ell}$ la diffraction sans être très importante commence à apparaître.

4. Interférences des ondes sonores

Les interférences sonores apparaissent lorsque deux sources sonores (haut-parleurs) sont *proches l'une de l'autre*, qu'elles *émettent des sons de même fréquence* et d'intensités comparables. Le son résultant présente des maxima d'intensité en certains points de l'espace et des minima en d'autres.

Aux points où les ondes sonores venant des deux sources sont en phase, il y a *interférence constructive* : l'intensité du son est maximale.

Aux points où les ondes sonores sont en opposition de phase, il y a *interférence destructive* : l'intensité du son est minimale.

5. Ondes stationnaires

Considérons deux sources sonores S_1 et S_2 émettant l'une vers l'autre des sons de même intensité et de même fréquence.

Le principe de superposition des petits ébranlements permet de construire sur la droite joignant S_1 et S_2 l'onde résultante comme la somme à tout instant des amplitudes des deux sons.

Plusieurs cas peuvent se produire selon l'instant de l'observation :

— Les deux ondes sont en opposition de phase : voir a) figure 27.3. L'amplitude de l'onde résultante est partout nulle.

— Les deux ondes sont déphasées (ici d'un huitième de période) : voir b) figure 27.3.

— Les deux ondes sont en phase : voir c) figure 27.3. Les amplitudes s'ajoutent en tout point.

Les points repérés N_1, N_2, N_3, N_4, N_5 et N_6 sont des points où l'amplitude est toujours nulle. L'immobilité des nœuds fait que l'onde résultante est dite stationnaire.

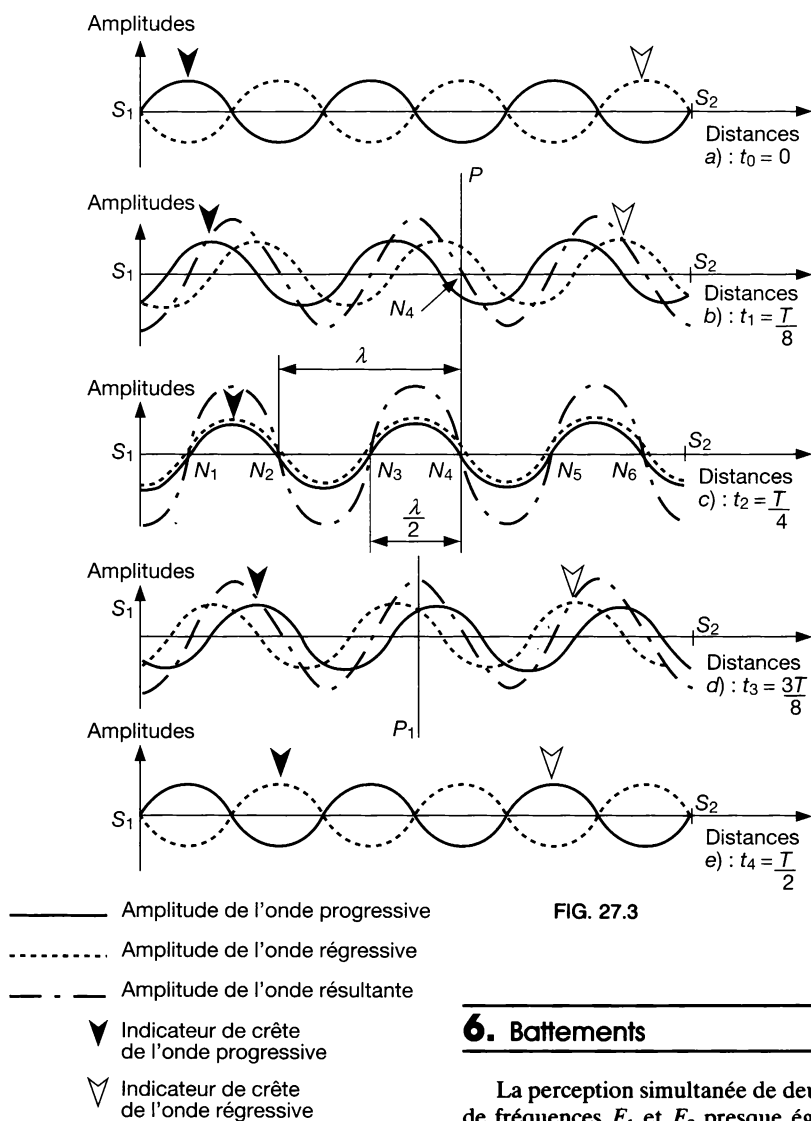


FIG. 27.3

6. Battements

La perception simultanée de deux sons de fréquences F_1 et F_2 presque égales et d'intensités comparables fait apparaître des **battements** : le son paraît augmenter et diminuer régulièrement. La fréquence des battements F_B est égale à la différence des deux fréquences émises :

$$\begin{aligned} \text{si } F_1 > F_2; \quad F_B &= F_1 - F_2 \\ \text{si } F_2 > F_1; \quad F_B &= F_2 - F_1 \end{aligned}$$

La distance qui sépare deux nœuds consécutifs est $\frac{\lambda}{2}$ (demi-longueur d'onde).

Les **ventres** sont les points où la vibration est maximale.

28. CARACTÉRISTIQUES DES ONDES LUMINEUSES

1. Notions sur la nature de la lumière

1.1 Principe de l'émission du photon

Lorsqu'un atome reçoit du milieu extérieur, de l'énergie (sous forme de chaleur par exemple), cela peut avoir pour conséquence de faire « sauter » un ou plusieurs électrons de leur couche d'origine à une couche de niveau d'énergie plus élevée et donc plus éloignée du noyau.

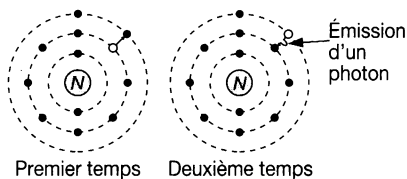


FIG. 28.1

Nota : Émission de lumière par un atome de sodium.

L'atome ainsi excité est instable et très vite l'électron « redescend » sur sa couche d'origine en restituant l'énergie qu'il a en excédent sous la forme d'un paquet d'ondes lumineuses appelées **photon**.

Si le phénomène est entretenu, on dispose alors d'une « source lumineuse ».

1.2 Analyse de la lumière blanche

Lorsqu'on fait passer un faisceau de lumière blanche à travers un prisme de verre convenablement orienté, on observe que :

— les bords du faisceau qui étaient parallèles à l'entrée du prisme s'écartent (ou divergent) à sa sortie ;

— sur un écran, placé perpendiculairement au faisceau de sortie, apparaît une bande de lumière colorée allant insensiblement du rouge foncé au violet, appelée **spectre de la lumière blanche**.

La lumière blanche n'est donc en fait que la superposition (ou addition) de toutes les lumières colorées. Chaque lumière colorée est caractérisée par : une longueur d'onde λ (nm), une fréquence F (Hz). Dans le vide on a :

$$\lambda = \frac{c}{F} \text{ avec } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Les longueurs d'onde des lumières colorées sont données par le tableau de la figure 28.2.

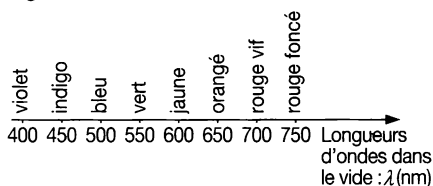


FIG. 28.2

Rappel :

1 nm = 1 nanomètre = 10^{-9} mètre.

1.3 Radiations électromagnétiques

L'œil n'est pas en mesure de voir toutes les ondes émises par une source lumineuse.

— Au-delà de 750 nm, il existe un rayonnement infrarouge.

— Au-dessous de 400 nm, il existe un rayonnement ultraviolet.

Ces rayonnements, imperceptibles par l'œil, peuvent être détectés par des capteurs appropriés.

Notons que le spectre des radiations électromagnétiques s'étend très loin de part et d'autre de celui de la lumière visible.

Nous avons vu au paragraphe 1.1 qu'un photon est caractérisé par l'énergie restituée par un électron lorsqu'il chute d'une couche extérieure de niveau d'énergie E_1 à une couche de niveau plus faible E_2 parce que plus proche du noyau de l'atome. L'énergie du photon est donc : $E_1 - E_2$ et la fréquence F (Hz) de la radiation émise est :

$$F = \frac{E_1 - E_2}{h}$$

avec $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

2. Synthèse de la lumière colorée

2.1 Synthèse additive

On partage le spectre de la lumière blanche en trois zones et chaque zone est remplacée par une seule couleur dite **primaire** correspondant à la teinte moyenne (**couleurs primaires** : bleu, vert, rouge).

En superposant ces trois couleurs en proportions variables, on peut restituer le blanc mais aussi un grand nombre de teintes.

Ce principe est celui de la télévision en couleur où chaque point coloré est constitué de trois pastilles qui s'illuminent lorsqu'elles sont frappées par un pinceau d'électrons en bleu, vert ou rouge. Les variations de luminosité provoquent l'apparition de toutes les teintes.

Si deux pastilles sur trois sont allumées, l'œil perçoit de nouvelles couleurs dites secondaires :

- rouge + vert = jaune,
- vert + bleu = cyan (bleu clair),
- bleu + rouge = magenta (rouge violacé).

2.2 Synthèse soustractive

Deux systèmes peuvent être utilisés.

• Les filtres colorés

Un filtre coloré est transparent pour les ondes, lumineux dans un certain intervalle de longueurs d'ondes et opaque pour les autres. Un filtre « soustrait » donc à la lumière blanche toute la partie du spectre pour laquelle il est opaque. À travers lui, on ne voit donc que les couleurs pour lesquelles il est transparent.

• Absorption et diffusion

Les objets qui nous entourent, lorsqu'ils sont éclairés, absorbent les couleurs correspondant à certaines longueurs d'onde et renvoient les autres vers l'extérieur (diffusion). Seules ces dernières sont donc visibles et caractérisent la « couleur » de l'objet.

3. Notions de photométrie

3.1 Intensité d'une source lumineuse

L'intensité I d'une source lumineuse traduit son efficacité en tant que moyen d'éclairage. Elle s'exprime en **candela** (cd).

3.2 Luminance d'une surface rayonnante

La luminance L d'une surface S (m^2) qui émet de la lumière traduit l'impression qu'elle provoque sur l'œil.

L'unité de luminance est la **candela par mètre carré** ($\text{cd} \cdot \text{m}^{-2}$).

$$L = \frac{I}{S}$$

3.3 Flux lumineux

Le flux lumineux ϕ reçu par un objet éclairé caractérise la quantité de lumière qu'il intercepte.

L'unité de flux lumineux est le **lumen**.

Une surface de 1 m^2 découpée sur une sphère de rayon 1 m ayant en son centre une source ponctuelle de 1 cd reçoit un flux lumineux de 1 lumen (lm) .

3.4 Éclairement

L'éclairement E d'un objet de surface $S \text{ (m}^2\text{)}$ perpendiculaire au faisceau lumineux traduit l'importance de la sensation visuelle qu'il provoque.

L'unité d'éclairement est le **lux**.

$1 \text{ lux} = 1 \text{ lumen par mètre carré}$

$$E = \frac{\phi}{S}$$

29. LUMIÈRE ET PHÉNOMÈNES ONDULATOIRES

1. Réflexion d'un rayon lumineux

Un rayon lumineux est un pinceau de lumière, le plus fin possible et dont les bords sont parallèles.

1.1 Première loi de la réflexion

Supposons qu'un rayon lumineux issu d'une source S (rayon incident) arrive sur un miroir au point P .

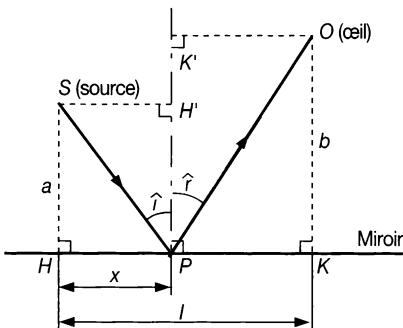


FIG. 29.1

Ce rayon incident (SP) fait avec la normale en P au miroir un angle $\hat{i}$ (angle d'incidence). Le rayon réfléchi, donc issu de P , fait un angle $\hat{r}$ (angle de réflexion) avec la normale en P .

On observe que :

- le rayon incident,
 - le rayon réfléchi,
 - la normale en P ,
- sont dans un même plan.

1.2 Deuxième loi de la réflexion

Lorsqu'un rayon lumineux se réfléchit, les angles d'incidence et de réflexion sont égaux :

$$\hat{i} = \hat{r}$$

1.3 Principe de Maupertuis

La lumière va d'un point à un autre dans le temps le plus bref, soit ici, par le chemin le plus court.

En se référant à la figure 29.1, on démontre que la distance $d = SP + PO$ est minimale lorsque $\sin \hat{i} = \sin \hat{r}$, c'est-à-dire lorsque $\hat{i} = \hat{r}$.

2. Réfraction d'un rayon lumineux

Lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu transparent à un autre, il subit une déviation brusque à leur surface de séparation.

2.1 Première loi de la réfraction

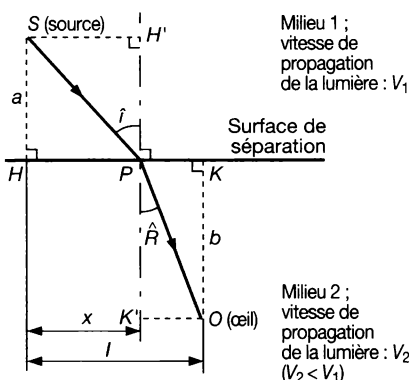


FIG. 29.2

Considérons deux milieux transparents différents séparés par une surface plane (par exemple de l'air et de l'eau calme), on observe que :

- le rayon incident (SP),
 - le rayon réfracté (PO), c'est-à-dire le rayon, dévié après avoir traversé la surface de séparation,
 - la normale en P à la surface de séparation,
- sont dans un même plan.

2.2 Deuxième loi de la réfraction

— ou loi de Snell et Descartes

Les mesures que l'on peut faire sur l'angle d'incidence $\hat{i}$ et celui de réfraction $\hat{r}$ montrent qu'ils sont liés par la relation :

$$\sin \hat{i} = n_{2,1} \sin \hat{r} \quad (1)$$

où $n_{2,1}$ est une constante appelée indice de réfraction du milieu 2 par rapport au milieu 1.

L'application du *principe de Maupertuis* — la lumière va d'un point à un autre dans le temps le plus court — permet de démontrer que l'indice de réfraction $n_{2,1}$ est égal au quotient de la vitesse V_1 de la lumière dans le milieu 1 par celle V_2 dans le milieu 2.

$$n_{2,1} = \frac{V_1}{V_2} \quad (2)$$

2.3 Indices absolus de réfraction.

Autre forme de la loi de Snell et Descartes

Soit c la célérité (ou vitesse) de la lumière dans le vide, ou dans l'air ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).

$$n_1 = \frac{c}{V_1} \quad \text{et} \quad n_2 = \frac{c}{V_2}$$

sont appelés indices de réfraction absolus des milieux 1 et 2.

$$\text{D'après (2) : } n_{2,1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

La loi de Snell et Descartes (1) prend alors sa forme la plus utilisée :

$$n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r} \quad (3)$$

3. Principe du retour inverse de la lumière. Réflexion totale

Une conséquence du principe de Maupertuis est que, si pour aller d'un point A à un point B de l'espace, la lumière suit un certain trajet (voir figure 29.3(a)), alors elle prend le même chemin pour aller de B à A (voir figure 29.3(b)). On note alors : $n_2 \sin \hat{i} = n_1 \sin \hat{r}$.

Ici n_2 est plus grand que n_1 : le milieu 2 est dit plus réfringent que le milieu 1.

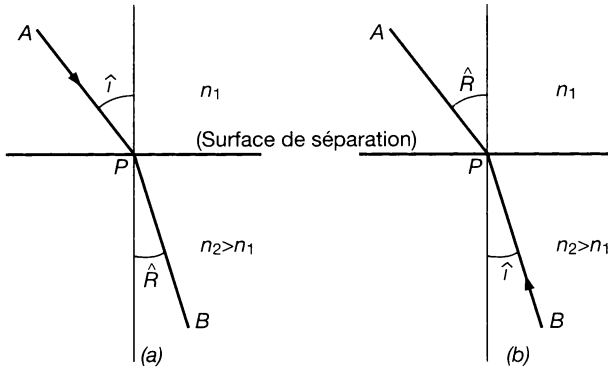


FIG. 29.3

Lorsque la lumière passe d'un milieu réfringent (2) à un milieu qui l'est moins (1), si nous faisons croître l'angle d'incidence, il atteint une valeur $\hat{i}_M$ pour laquelle le rayon réfracté sort en rasant la surface de séparation (l'angle de réfraction est égal à 90°). On a alors :

$$\sin \hat{i}_M = \frac{n_1}{n_2}$$

Pour tout angle d'incidence supérieur à $\hat{i}_M$, la surface de séparation des deux milieux se comporte comme un miroir. Ce phénomène est appelé *réflexion totale*.

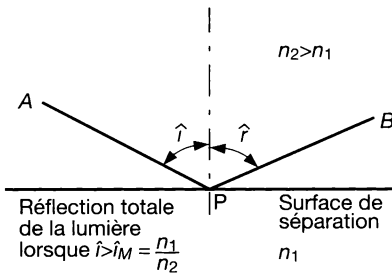


FIG. 29.4

4. Interférences lumineuses

Lorsque deux sources lumineuses très rapprochées émettent en phase deux faisceaux de lumière de même couleur, il y a interférences dans l'espace éclairé par les deux faisceaux à la fois.

Les interférences lumineuses se traduisent par l'apparition sur un écran de raies claires là où les deux radiations sont en phase et par des raies sombres là où elles sont en opposition de phase.

La distance entre deux raies claires (ou deux raies sombres) consécutives est appelée *interfrange* i (m).

$$i = \frac{\lambda D}{a} \quad \text{ou} \quad \lambda = \frac{ai}{D}$$

λ = longueur d'onde de la radiation (m).

a = distance entre les deux sources (m).

D = distance entre les sources et l'écran d'observation (m).

30. APPAREILLAGES OPTIQUES

1. Comportement optique des lentilles

1.1 Lentilles convexes

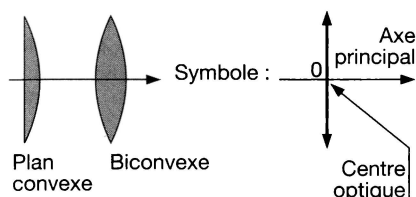


FIG. 30.1

Lorsque des rayons lumineux arrivent sur une lentille convexe parallèlement à son axe principal, après l'avoir traversée, ils convergent tous en un même point de cet axe appelé **foyer image** (voir figure 30.2). *Les lentilles convexes sont dites convergentes.*

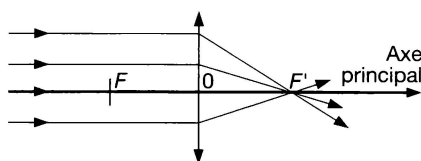


FIG. 30.2

F' = foyer image.

F = symétrique de F' par rapport au centre optique O est le foyer objet.

$f = OF'$ est la **distance focale** de la lentille (en m). La distance focale d'une lentille convergente est positive.

$V = \frac{1}{f}$ est la **vergence** (ou la puissance) de la lentille ; elle s'exprime en **dioptries** (δ).

1.2 Lentilles concaves

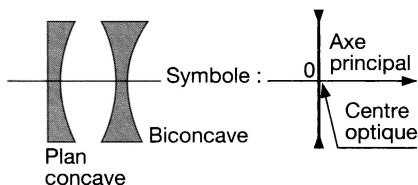


FIG. 30.3

Lorsque des rayons lumineux arrivent sur une lentille concave parallèlement à son axe principal, après l'avoir traversée, ils divergent et paraissent tous venir d'un même point de cet axe appelé **foyer image** (voir figure 30.4). *Les lentilles concaves sont dites divergentes.*

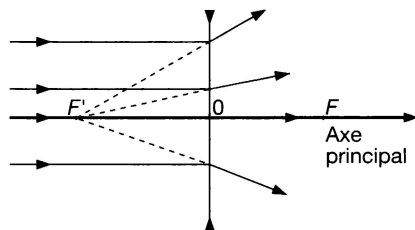


FIG. 30.4

F' = foyer image.

F = symétrique de F' par rapport au centre optique O est le foyer objet.

$f = OF'$ est la **distance focale** de la lentille (en m). La distance focale d'une lentille divergente est négative.

$V = \frac{1}{f}$ est la **vergence** (ou la puissance) de la lentille, elle s'exprime en **dioptries** (δ).

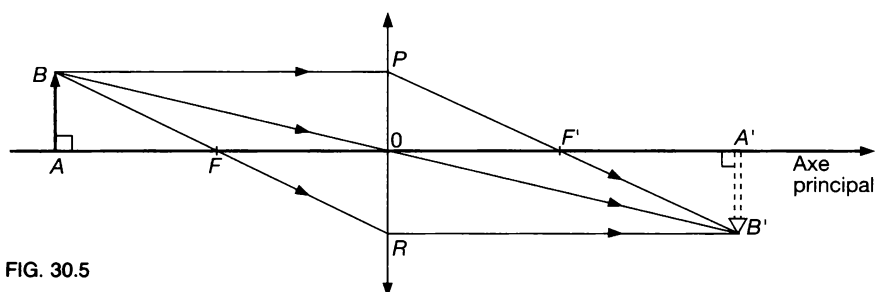


FIG. 30.5

2. Images données par les lentilles

2.1 Lentilles convergentes

Construisons l'image $[A'B']$ de l'objet $[AB]$:

- Un rayon tel que $[BP]$ parallèle à l'axe principal passe par le foyer image F' après avoir traversé la lentille.

- Un rayon tel que $[BO]$ passe par le centre optique de la lentille sans être dévié.

- Un rayon tel que $[BR]$ passant par le foyer objet F ressort de la lentille parallèlement à l'axe principal.

$[A'B']$, image de $[AB]$, est renversée.

Le grandissement G donné par la lentille est :

$$G = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Dans le cas de la figure 30.5, G est négatif.

2.2 Lentilles divergentes

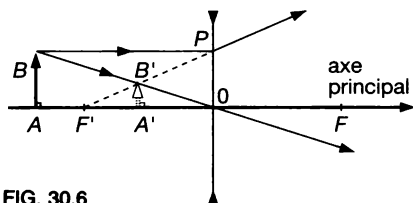


FIG. 30.6

Construisons l'image $[A'B']$ de l'objet $[AB]$:

- Un rayon tel que $[BP]$, parallèle à l'axe principal, diverge en traversant la lentille en semblant provenir du foyer image F' .

- Un rayon tel que $[BO]$ passe par le centre optique de la lentille sans être dévié.

Le grandissement G donné par la lentille est :

$$G = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Dans le cas de la figure 30.6, G est positif.

3. Formules des lentilles minces

Quel que soit le mode d'utilisation d'une lentille (convergente ou divergente) et en particulier dans les cas des figures 30.5 et 30.6, si nous posons :

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= p \\ \overline{OA'} &= p' \\ \overline{OF'} &= f \end{aligned}$$

alors, en utilisant les relations sur les triangles semblables OAB et $OA'B'$, on démontre que :

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = -\frac{1}{f}$$

Cette relation due à Descartes est la *formule des lentilles minces*.

Étude de signes

• Cas des lentilles convergentes (figure 30.5)

$$p < 0; \quad p' > 0; \quad f > 0$$

Le grandissement s'exprime par :

$$G = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{p'}{p} \quad (< 0)$$

Nota : Dans le cas où une lentille convergente est utilisée en loupe ($|p| < f$), alors l'objet et l'image sont du même côté

($p < 0$ et $p' < 0$). Le grandissement $G = \frac{p'}{p}$ est alors positif, ce qui exprime que l'image n'est pas renversée.

• Cas des lentilles divergentes (figure 30.6)

$$p < 0; \quad p' < 0; \quad f < 0$$

Le grandissement s'exprime par :

$$G = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{p'}{p} \quad (> 0)$$

4. Notions sur les fibres optiques

Une fibre optique est formée d'un cœur très réfringent (indice de réfraction élevé) entouré d'une gaine qui l'est moins.

La lumière s'y propage par réflexions totales successives à l'intérieur du cœur.

Les fibres optiques offrent une transmission de très bonne qualité et peuvent véhiculer beaucoup plus de signaux simultanément qu'un câble ou un faisceau hertzien.

5. Notions sur le laser

Un laser fournit un faisceau de lumière cohérente, c'est-à-dire :

— parfaitement monochromatique (toutes les radiations émises ont la même longueur d'onde);

— dont tous les photons émis sont en phase.

En général, un laser émet des photons dans une seule direction et peut fournir un rayon lumineux très fin, très peu divergent et par suite très énergétique; d'où son utilisation en chirurgie, en micromécanique, etc.

AUTOMATISMES

31. LES SYSTÈMES AUTOMATISÉS

1. Définitions

1.1 Objet technique

Un objet technique est un objet ou mécanisme destiné à satisfaire un besoin, c'est-à-dire assurer une ou plusieurs fonctions.

1.2 Système

Un système est un ensemble organique de sous-systèmes destiné à remplir une fonction générale.

Un système comporte toujours deux parties :

— la *partie commande* qui regroupe les organes de décision,

— la *partie opérative* qui effectue le travail prévu. La partie qui est en contact avec le flux de matière d'œuvre pour agir sur celui-ci est l'*effecteur*.

Il existe plusieurs types de systèmes suivant la nature de la décision et l'origine de l'énergie.

• Système élémentaire

L'homme fournit la commande (cerveau).

L'homme fournit la puissance (muscles).

Exemple : la brouette.

• Système mécanisé

L'homme fournit la commande (cerveau).

La machine fournit la puissance (actionneurs divers : moteur, vérin, etc.).

Exemple : le pont roulant.

• Système automatisé

L'homme a *mémorisé* ses ordres dans la partie commande de la machine (automate, etc.).

La machine fournit donc la commande et la puissance.

L'homme joue le rôle de superviseur.

Exemple : machine automatique de conditionnement de produits alimentaires.

2. Modélisation d'un système

2.1 Méthode SADT (ou d'analyse descendante)

La fonction globale du système définit la *boîte-mère* repérée $A-O$ (A moins zéro).

Cette boîte-mère peut se décomposer fonctionnellement en deux ou plusieurs sous-systèmes ou *boîtes-enfants* repérées par le niveau AO , chaque module de AO pouvant se décomposer, au nœud $A1$, en modules $A11$, $A12$, ..., etc.

Exemple (fig. 31.1) :

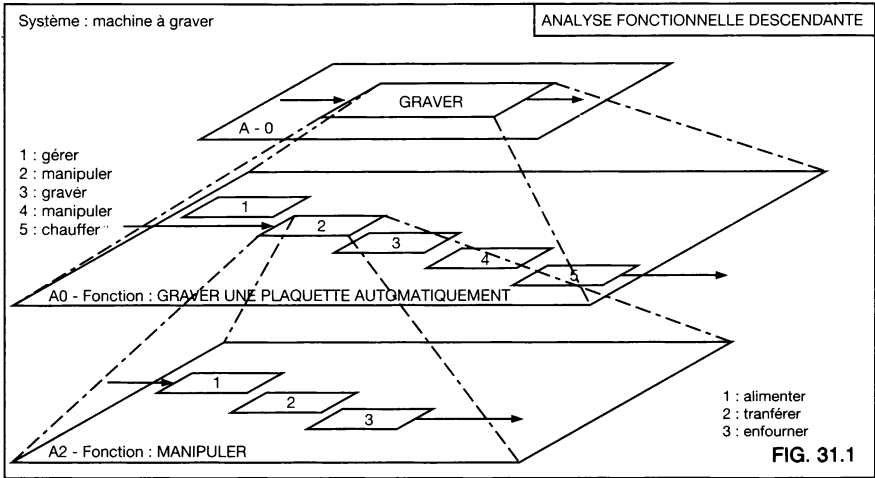
2.2 Définition du point de vue

Un système automatisé n'est pas « approché » de la même façon par :

- le technicien de bureau d'études,
- le designer,
- l'opérateur de maintenance,
- l'automaticien, etc.

Le point de vue de l'étude doit être défini *a priori*.

AUTOMATISMES



3. Structure générale d'un système automatisé

3.1 Exemple (fig. 31.2)

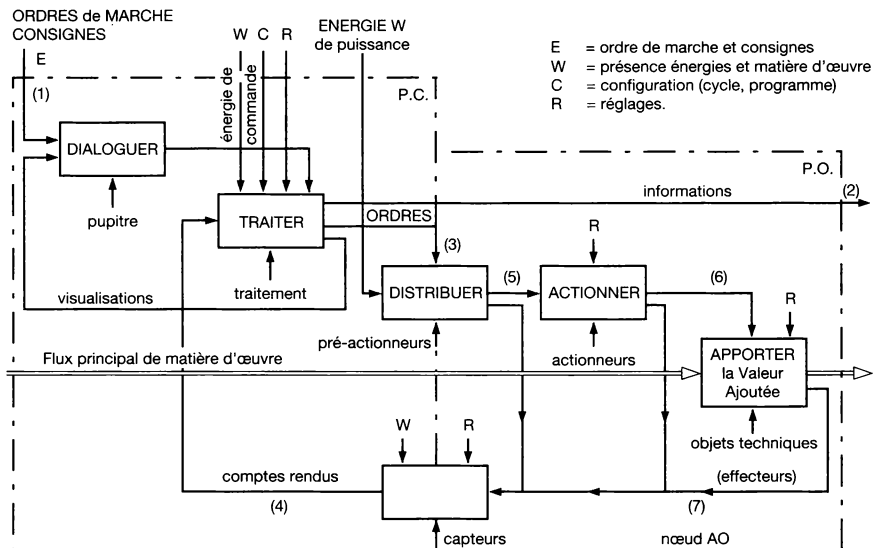
3.2 Partie commande (PC)

- (1) Ordres de marche-consignes.
- (2) Informations-affichages, etc.
- (3) Ordres en direction de la partie opérative.
- (4) Informations des capteurs placés sur la partie opérative.

— (5) Ordres ou interfacement d'ordres entre la partie commande proprement dite (préactionneurs) et la partie opérative (actionneurs).

3.3 Partie opérative (PO)

- (6) Mode d'action des actionneurs sur la matière d'œuvre (produit la valeur ajoutée).
- (7) Flux d'informations en provenance des capteurs vers la partie commande.



32. L'ALGORIGRAMME. LE GRAFCET. LE GEMMA

1. Logique combinatoire

1.1 Définition

La logique est dite combinatoire si pour un même état des variables d'entrée nous avons *toujours* le même état des sorties. Le temps qui s'écoule n'intervient en aucune façon. Il n'y a pas d'ordre chronologique, ni de mémoire.

1.2 Algèbre de Boole

Les variables ne peuvent prendre que deux valeurs logiques :

- Vraies = 1.
- Fausses = 0.

• Les propositions logiques sont codées

- Variable d'entrée : lettre minuscule.
- Variable de sortie : lettre majuscule :

$$\text{où } \begin{cases} a = 1 \\ \bar{a} = 0 \end{cases}$$

signifie : la variable d'entrée a est à l'état 1 (vraie);

$$\text{où } \begin{cases} M = 0 \\ \bar{M} = 1 \end{cases}$$

signifie : la variable de sortie M n'est pas à l'état 1 (fausse).

• Fonctions logiques de base (fig. 32.1)

• Propriétés des fonctions logiques de base (fig. 32.2)

2. Logique séquentielle

2.1 Définition

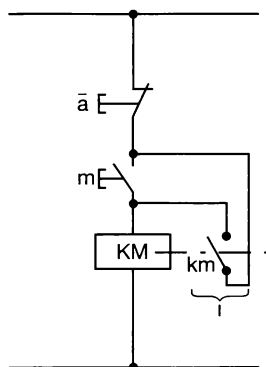
La logique est dite séquentielle si l'état des sorties dépend non seulement de l'état des entrées mais aussi de leur ordre chronologique ou de leur valeur en fonction du temps.

La logique séquentielle fait donc nécessairement appel à des *mémoires* dont la fonction est de mémoriser l'état (0 ou 1) d'un signal.

2.2 Les différents types de mémoire

• Mémoire monostable

(Exemple d'un automaintien en technologie électromagnétique (figure 32.3).)



Circuit d'automaintien ou mémoire électromagnétique

FIG. 32.3

km est la variable de mémorisation.

$$KM = \bar{a} \cdot (m + km)$$

AUTOMATISMES

Fonction	Équation	Table de vérité	Schéma électrique	Symboles N.F. Américain																				
OUI	$L = a$	<table><tr><td>a</td><td>L</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr></table>	a	L	0	0	1	1		a a														
a	L																							
0	0																							
1	1																							
NON	$L = \bar{a}$	<table><tr><td>a</td><td>$\bar{a}$</td><td>L</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	a	$\bar{a}$	L	0	1	1	1	0	0		a a											
a	$\bar{a}$	L																						
0	1	1																						
1	0	0																						
ET	$L = a \cdot b$	<table><tr><td>a</td><td>b</td><td>L</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	a	b	L	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1		a b a b					
a	b	L																						
0	0	0																						
0	1	0																						
1	0	0																						
1	1	1																						
OU	$L = a + b$	<table><tr><td>a</td><td>b</td><td>L</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	a	b	L	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1		a b a b					
a	b	L																						
0	0	0																						
0	1	1																						
1	0	1																						
1	1	1																						
NAND ET-NON	$L = \overline{a \cdot b}$	<table><tr><td>a</td><td>b</td><td>$a \cdot b$</td><td>L</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table> $L = \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$	a	b	$a \cdot b$	L	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	 $L = \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$	a b a b
a	b	$a \cdot b$	L																					
0	0	0	1																					
0	1	0	1																					
1	0	0	1																					
1	1	1	0																					
NOR OU-NON	$L = \overline{a + b}$	<table><tr><td>a</td><td>b</td><td>$a + b$</td><td>L</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table> $L = \overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$	a	b	$a + b$	L	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	 $L = \overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$	a b a b
a	b	$a + b$	L																					
0	0	0	1																					
0	1	1	0																					
1	0	1	0																					
1	1	1	0																					
OU exclusif	$L = a \oplus b$ $= a\bar{b} + \bar{a}b$	<table><tr><td>a</td><td>b</td><td>L</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	a	b	L	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0		a b a b					
a	b	L																						
0	0	0																						
0	1	1																						
1	0	1																						
1	1	0																						
NON inhibition	$L = a \cdot \bar{b}$	<table><tr><td>a</td><td>b</td><td>L</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	a	b	L	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1		a b a b					
a	b	L																						
0	0	0																						
0	1	0																						
1	0	0																						
1	1	1																						

FIG. 32.1

Propriétés	Produit logique	Somme logique
Commutativité	$a \cdot b = b \cdot a$	$a + b = b + a$
Associativité	$(a \cdot b) \cdot c = (a \cdot c) \cdot b = a \cdot b \cdot c$	$(a + b) + c = (a + c) + b = a + b + c$
Distributivité	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$a + b \cdot c = (a + b) \cdot (a + c)^*$
Théorème de DEMORGAN		
	$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$	$\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$
Élément neutre	$a \cdot 1 = a$	$a + 0 = a$
	$a \cdot \bar{a} = 0$	$a + \bar{a} = 1$
Complémentarité	$a \cdot a = a$	$a + a = a$
	$a \cdot 0 = 0$	$a + 1 = 1$
Idempotence	$a \cdot a = a$	$a + a = a$
	$a \cdot 0 = 0$	$a + 1 = 1$
Élément absorbant	$a \cdot 0 = 0$	$a + 1 = 1$
	$a \cdot 1 = a$	$a + 0 = a$

$$\begin{aligned}
 * (a+b) \cdot (a+c) &= a + ac + ba + bc = a(1+c+b) + bc \\
 &= \underbrace{(a \cdot 1)}_a + bc = a + bc
 \end{aligned}$$

FIG. 32.2

Remarques sur la figure 32.3

Nota 1 : L'alimentation de la bobine KM du contacteur entraîne la fermeture des contacts de puissance associés.

Nota 2 : L'arrêt $\bar{a}=0$ est prioritaire sur la marche $m=1$.

La mémoire est dite monostable, car en cas de coupure d'énergie son état de repos est toujours le même : $km=0$.

• Mémoire bistable

(Exemple d'une mémoire bistable à accrochage mécanique (figure 32.4).)

Une mémoire bistable possède deux états stables qui conservent leur état (0 ou 1) même en cas de coupure d'énergie.

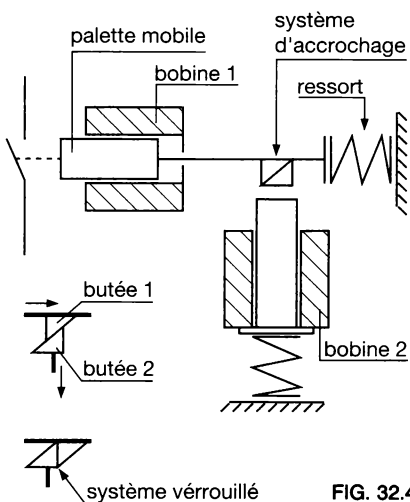


FIG. 32.4

3. Algorithme

3.1 Définition

L'algorithme est la représentation graphique de l'*algorithme*, qui est une suite ordonnée d'ordres, d'informations, d'opérations et de tests, se déroulant en séquences pour exécuter des tâches. Exemple d'*algorithme simplifié de fonctionnement* d'une carte de commande d'un batteur mélangeur (fig. 32.5).

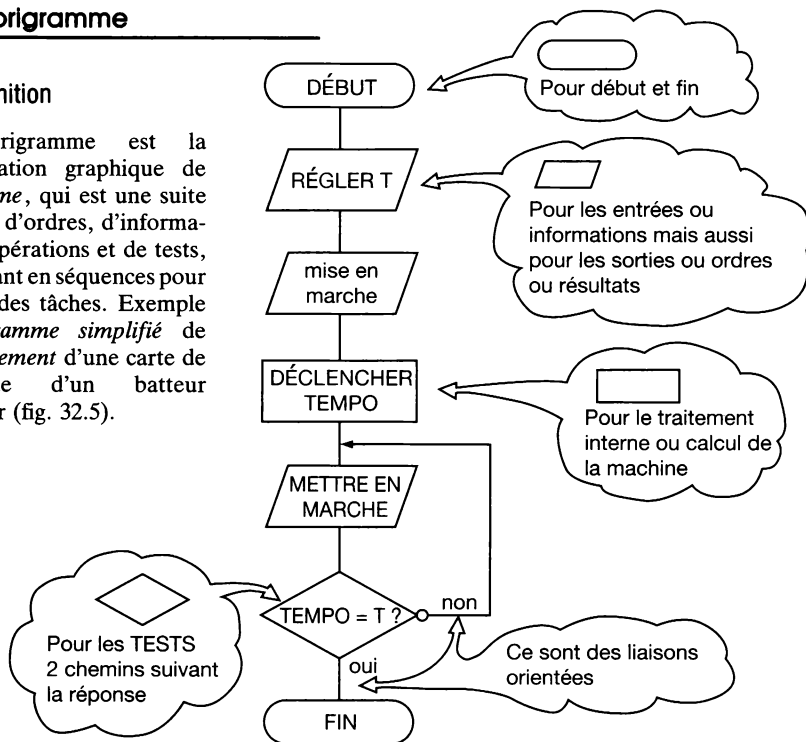
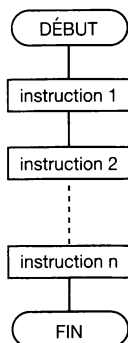


FIG. 32.5

3.2 Différents types de structures algorithmiques (fig. 32.6)

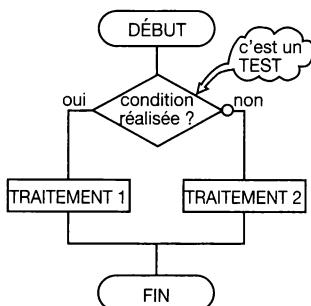
Linéaire

Dans une structure linéaire ou séquence, les instructions se font les unes après les autres dans un ordre logique.



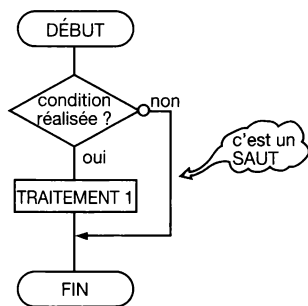
Alternative ou de choix

SI condition réalisée **ALORS** traitement 1 **SINON** traitement 2.



Alternative réduite

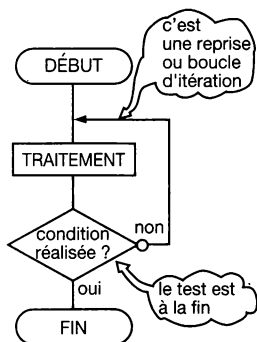
SI condition réalisée **ALORS** traitement 1 **SINON** saut (ou traitement vide c'est-à-dire sans instruction).



STRUCTURES ITÉRATIVES (itération = action de répéter)

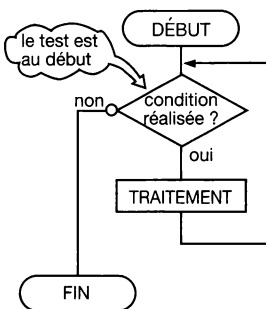
RÉPÉTER ... JUSQU'À

RÉPÉTER le traitement **JUSQU'À** ce que la condition soit réalisée.



TANT QUE ... RÉPÉTER

TANT QUE la condition est réalisée **RÉPÉTER** le traitement.

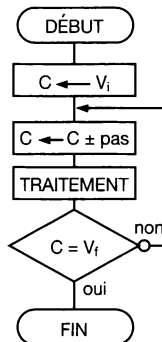


POUR ... À ... RÉPÉTER

POUR
C prenant la valeur V_i A
C prenant la valeur V_f

RÉPÉTER :

- C prend la valeur de $C \pm$ le pas
- le TRAITEMENT



Remarque : Le traitement sera fait au moins une fois.

V_i étant la valeur initiale
 V_f étant la valeur finale

FIG. 32.6

4. Grafcet

4.1 Définition

Graphe fonctionnel de commande étape-transition.

La définition de cet outil très utilisé est donnée par la norme NF C 03-190. Il sert essentiellement à la programmation des automates.

On distingue quatre niveaux de grafcet :

- le grafcet du système (coordination des tâches),
- le grafcet du point de vue de la partie opérative,
- le grafcet du point de vue de la partie commande,
- le grafcet du point de vue de l'automate.

4.2 Exemple (fig. 32.7)

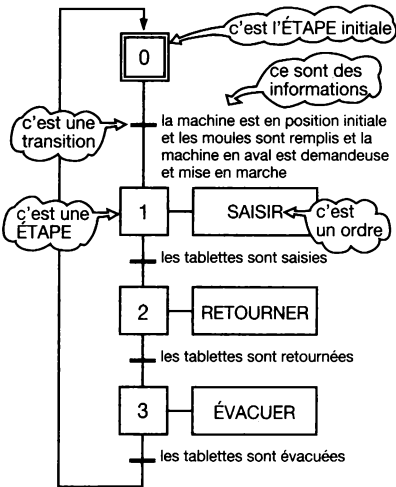


FIG. 32.7

Le grafcet décrit ici est un *grafcet de coordination des tâches* pour une machine de conditionnement de tablettes de chocolat.

Notons que :

- au niveau **des étapes** on trouve des **ordres** : saisir, retourner, etc.,
- au niveau **des transitions** on trouve des informations : les tablettes sont saisies, etc.

4.3 Règles d'évolution (norme NF C 03-190)

Voir dans les pages suivantes figures 32.8, 32.9, 32.10, 32.11.

4.4 Structure du grafcet

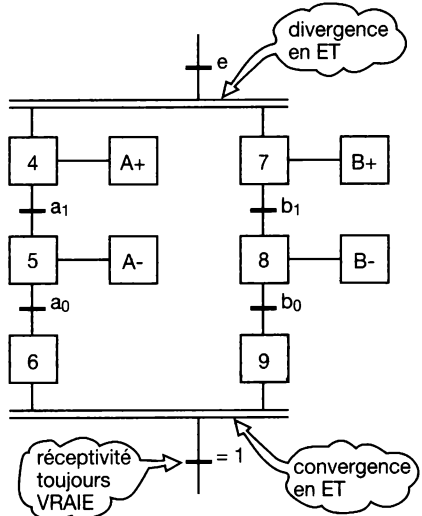
● Séquence unique

Une seule branche composée d'une suite d'étapes.

● Séquences multiples

Plusieurs branches dont la sélection est faite par des **aiguillages** (fonctions logiques ET ou OU).

● Séquences simultanées



Les étapes 6 et 9 sont des étapes d'ATTENTE (la vitesse d'exécution des branches est indépendante), ce qui permet un repos des bobines de pilotage des distributeurs par exemple.

FIG. 32.12

● Sélection de séquence

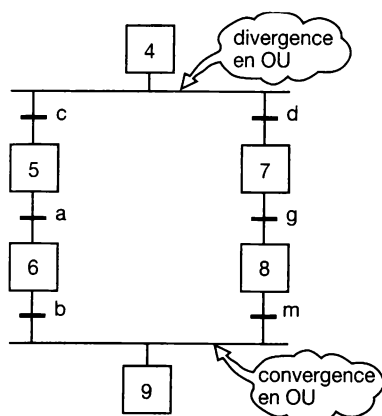
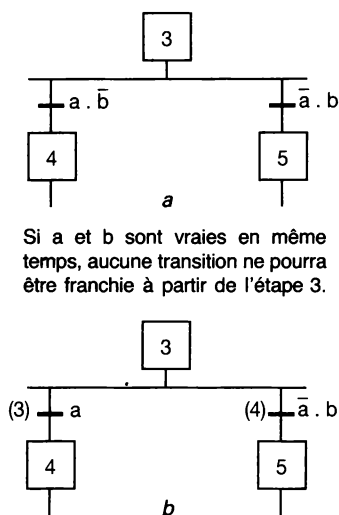


FIG. 32.13

À partir de l'étape 4 il y a un choix d'évolution possible entre plusieurs séquences :

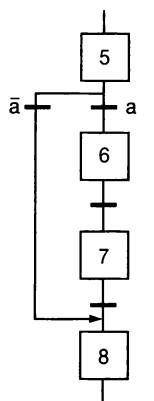
— La sélection peut être exclusive :



La **PRIORITÉ** est donnée à la transition (3) quand a et b sont vraies en même temps.

FIG. 32.14

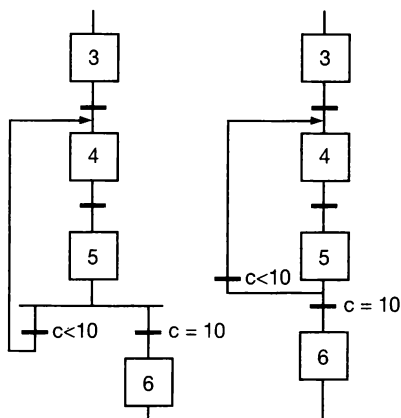
— On peut effectuer un « saut d'étapes » :



Saut d'étape

FIG. 32.15

— On peut effectuer une « reprise de séquence » :



Deux solutions pour la reprise d'étapes

FIG. 32.16

etc.

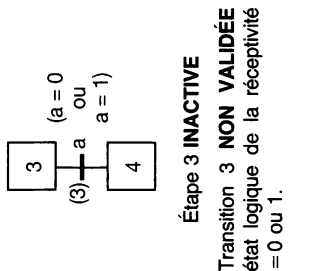
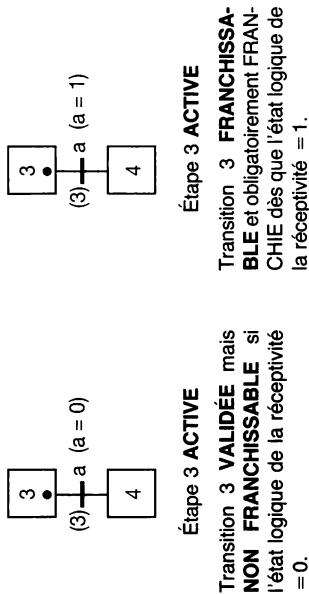
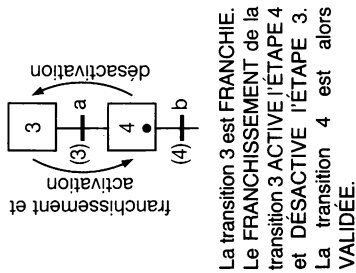
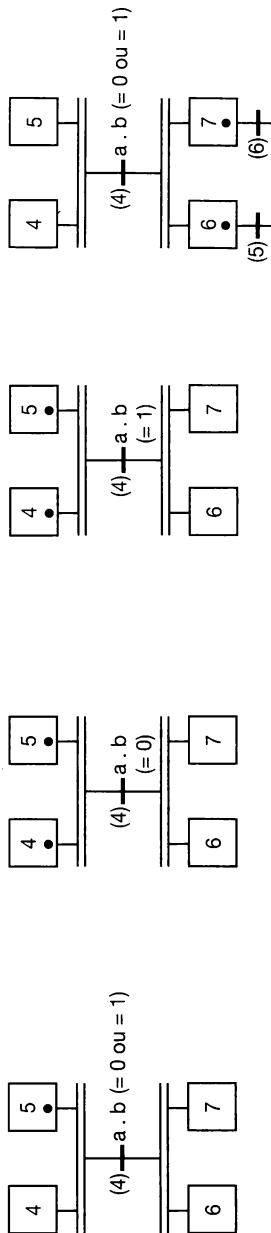


FIG. 32.8. Évolution entre deux étapes

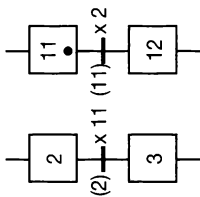


La transition 3 est **FRANCHISSEMENT** et **activation**.
La transition 4 est **désactivation**.

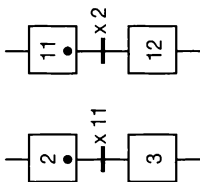
La transition 3 est **FRANCHISSEMENT** et **activation**.
La transition 4 est **désactivation**.

La transition 3 est **FRANCHISSEMENT** et **activation**.
La transition 4 est **désactivation**.

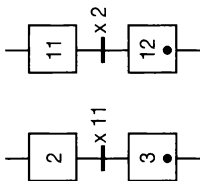
FIG. 32.9. Évolution entre plusieurs étapes



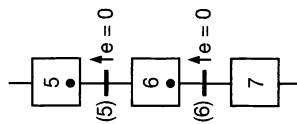
a) X11 bit de l'étape 11
X2 bit de l'étape 2
Transitions 2 et 11 **NON**
FRANCHISSABLES.



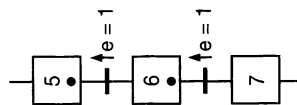
b) Transitions **FRANCHISSABLES** et obligatoirement **FRANCHISSABLES.**



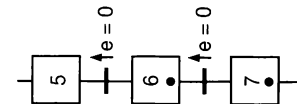
c) Transitions **FRANCHISSABLES**, étapes 3 et 12 **ACTIVÉES.**



Les étapes 5 et 6 sont **ACTIVÉES**, les transitions 5 et 6 sont validées.



L'étape 6 est à la fois **ACTIVÉE** et **DÉSACTIVÉE.**



L'étape 6 reste **ACTIVE.**

↑ e = front de montée de e

FIG. 32.10

FIG. 32.11

4.5 Les réceptivités

Les réceptivités associées aux transitions sont des informations binaires provenant du résultat booléen d'informations de capteurs, boutons du pupitre, de temporisateurs, de bits internes, etc. Ces réceptivités conditionnent la possibilité de passer à l'étape suivante.

5. Gemma

5.1 Définition

Guide d'étude des modes de marche et d'arrêt.

Le gemma indique les procédures de conduite d'un système et de dialogue avec l'opérateur.

5.2 Les concepts de base

- Les modes de marche sont vus par une partie commande en ordre de marche.

- Un système est en production si la valeur ajoutée, pour laquelle il a été conçu, est obtenue.

- Les trois familles de modes de marche et d'arrêt sont :

F : procédures de fonctionnement,

A : procédures d'arrêt de la partie opérative,

D : procédures en défaillance de la partie opérative.

5.3 Les états (fig. 32.17)

GEMMA : les états ou mode de marches et d'arrêts	
LES ÉTATS (F) Ce sont les états de marches situés dans la zone « procédures de fonctionnement » du guide graphique GEMMA. F1 <Production normale> Dans cet état, la machine produit normalement : c'est l'état pour lequel elle a été conçue. C'est à ce titre que le « rectangle-état » a un cadre particulièrement renforcé. On peut souvent faire correspondre à cet état un GRAFCET que l'on appelle GRAFCET de base. <i>Remarque</i> : à cet état ne correspond pas nécessairement une marche automatique. F2 <Marche de préparation> Cet état est utilisé pour les machines nécessitant une préparation préalable à la production normale : préchauffage de l'outilage, remplissage de la machine, mises en route diverses, etc. F3 <Marche de clôture> C'est l'état nécessaire pour certaines machines devant être vidées, nettoyées, etc., en fin de journée ou en fin de série. F4 <Marche de vérification dans le désordre> Cet état permet de vérifier certaines fonctions ou certains mouvements sur la machine, sans respecter l'ordre du cycle. F5 <Marche de vérification dans l'ordre> Dans cet état, le cycle de production peut être exploré au rythme voulu par la personne effectuant la vérification, la machine pouvant produire ou ne pas produire. F6 <Marche de test> Les machines de contrôle de mesure, de tri..., comportent des capteurs qui doivent être réglés ou étalonnés périodiquement : la « marche de test » F6 permet ces opérations de réglage ou d'étalonnage. LES ÉTATS (A) Situés dans la zone « procédures d'arrêt de la partie opérative », ces états correspondent à des arrêts normaux ou à des marches conduisant à des arrêts normaux.	A1 <Arrêt dans l'état initial> C'est l'état « repos » de la machine. Il correspond en général à la situation initiale du GRAFCET : c'est pourquoi, comme une étape initiale, ce « rectangle-état » est entouré d'un double cadre . A2 <Arrêt demandé en fin de cycle> Lorsque l'arrêt est demandé, la machine continue de produire jusqu'à la fin du cycle. A2 est donc un état transitoire vers l'état A1. A3 <Arrêt demandé dans état déterminé> La machine continue de produire jusqu'à un arrêt en une position autre que la fin de cycle : c'est un état transitoire vers A4. A4 <Arrêt obtenu> La machine est alors arrêtée en une autre position que la fin de cycle. A5 <Préparation pour remise en route après défaillance> C'est dans cet état que l'on procède à toutes les opérations (dégagements, nettoyages,...) nécessaires à une remise en route après défaillance. A6 <Mise P.O. dans état initial> La machine étant en A6, on remet manuellement ou automatiquement la partie opérative en position pour un redémarrage dans l'état initial. A7 <Mise P.O. dans état déterminé> La machine étant en A7, on remet la P.O. en position pour un redémarrage dans une position autre que l'état initial. LES ÉTATS (D) Ce sont les états de marches et d'arrêts situés dans la zone « procédures ou défaillances » de la partie opérative. D1 <Arrêt d'urgence> C'est l'état pris lors d'un arrêt d'urgence : on y prévoit non seulement les arrêts, mais aussi les cycles de dégagements, les procédures et précautions nécessaires pour éviter ou limiter les conséquences dues à la défaillance. D2 <Diagnostic et/ou traitement de défaillance> C'est dans cet état que la machine peut être examinée après défaillance et qu'il peut être apporté un traitement permettant le redémarrage. D3 <Production tout de même> Il est parfois nécessaire de continuer la production même après défaillance de la machine : on aura alors une « production dégradée », ou une « production forcée », ou une production aidée par des opérateurs non prévus en « production normale ».

FIG. 32.17

5.4 Le gemma (fig. 32.18)

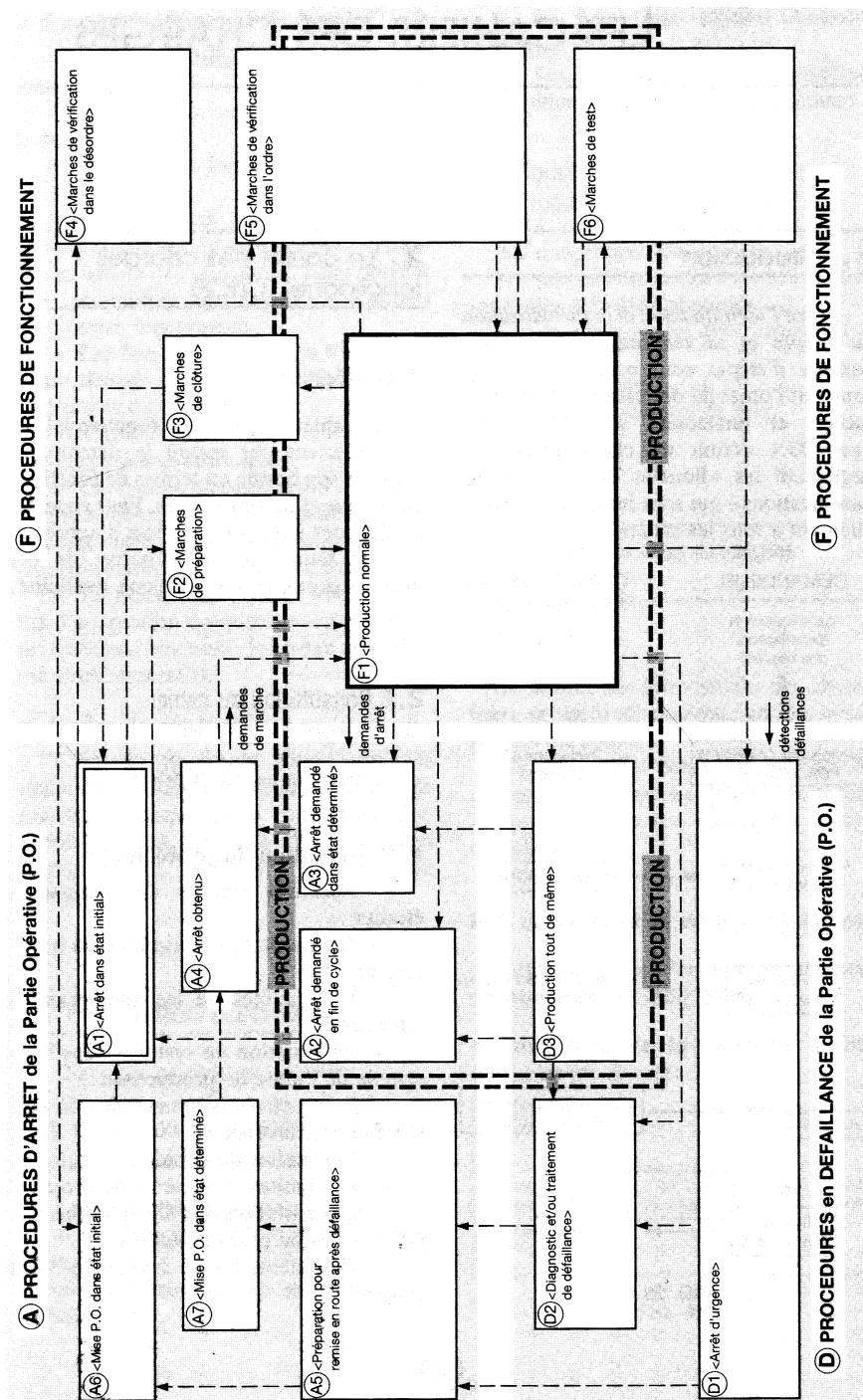


FIG. 32.18

33. LES CAHIERS DES CHARGES

1. Introduction

Entre l'identification et la formalisation du besoin et sa réalisation, un certain nombre d'étapes sont nécessaires. Chacune fait l'objet de discussions, de modifications et finalement d'un choix. La figure 33.1 définit un cheminement en négligeant les « boucles de retour pour modifications » qui sont inévitables, pratiquement à tous les stades.

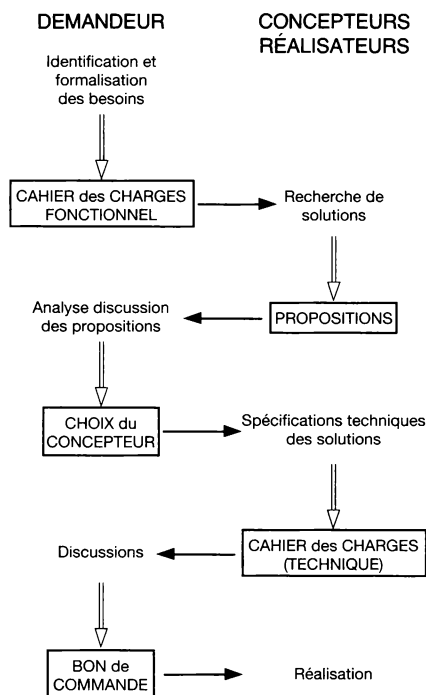


FIG. 33.1

2. Le cahier des charges fonctionnel (CdCF)

2.1 Définition

Le cahier des charges fonctionnel est un document par lequel le demandeur exprime son besoin en termes de fonctions de service et de contraintes. Pour chacune d'elles sont définis les critères d'appréciation et leurs niveaux. Chacun de ces niveaux doit être assorti d'une flexibilité.

2.2 Constitution du cahier des charges fonctionnel

D'après la norme X 50-151.

● Présentation du problème

- Fonction globale du système à étudier.
- Les produits à fabriquer ou à transformer.
- Les qualités ou les améliorations attendues.
- La situation du système dans l'ensemble de l'unité de production.
- Perspectives commerciales du système et concurrence.
- Les limites de l'étude.
- Les limites financières du projet.
- L'orientation vers des solutions traditionnelles ou plus originales.
- Confidentialité éventuelle du projet.

● Énoncé fonctionnel du besoin

— Cycle d'utilisation du produit (phases).

— Environnement (interactions avec le système).

— Énoncé des fonctions de service et des contraintes :

- *Les fonctions de service* sont les actions attendues du système pour répondre au besoin de l'utilisateur. Elles doivent être rassemblées (quand cela est possible) en groupes fonctionnels.

- *Les contraintes* sont les limitations à la liberté de choix du concepteur-réalisateur du produit.

— Caractérisation des fonctions de service et des contraintes.

- *Les critères d'appréciation* : ils quantifient ou qualifient les fonctions de service et contraintes (qualification en durée, en encombrement, en répétition, etc.).

- *La flexibilité* : prévoit une possibilité d'adaptation du système aux contraintes (elle peut être nulle, le niveau du critère est alors impératif).

● Cadre de réponse

C'est un document dans lequel le demandeur pose un certain nombre de questions auxquelles le concepteur doit répondre. Les réponses du concepteur engagent ce dernier vis-à-vis du demandeur.

3. Proposition ou avant-projet

Deux cas peuvent se produire.

3.1 Adaptation d'un matériel déjà existant (cas le plus fréquent)

Le concepteur propose :

— un descriptif de la machine et de ses capacités,

— des photographies, des plans d'installation, etc.,

— un prix (sous réserve d'actualisation),

— des références sur les machines semblables qui sont en fonctionnement.

3.2 Conception d'un produit (ou d'une machine) totalement nouveau

Le concepteur réalise alors :

— une pré-étude des fonctions à réaliser et des solutions possibles,

— un avant-projet avec justificatif du choix,

— un descriptif,

— une proposition de prix.

4. Le cahier des charges technique

4.1 Définition

À la suite des propositions des concepteurs et après discussions, un des avant-projets est choisi.

Le concepteur doit alors préciser son projet en rédigeant les *spécifications techniques du besoin* (ou cahier des charges technique).

4.2 Décomposition en sous-systèmes

Utilisation de l'analyse descendante (méthode SADT) (fig. 33.2).

● Définition de la fonction globale (boîte-mère A—O)

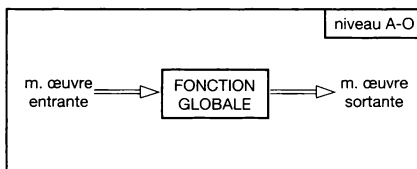
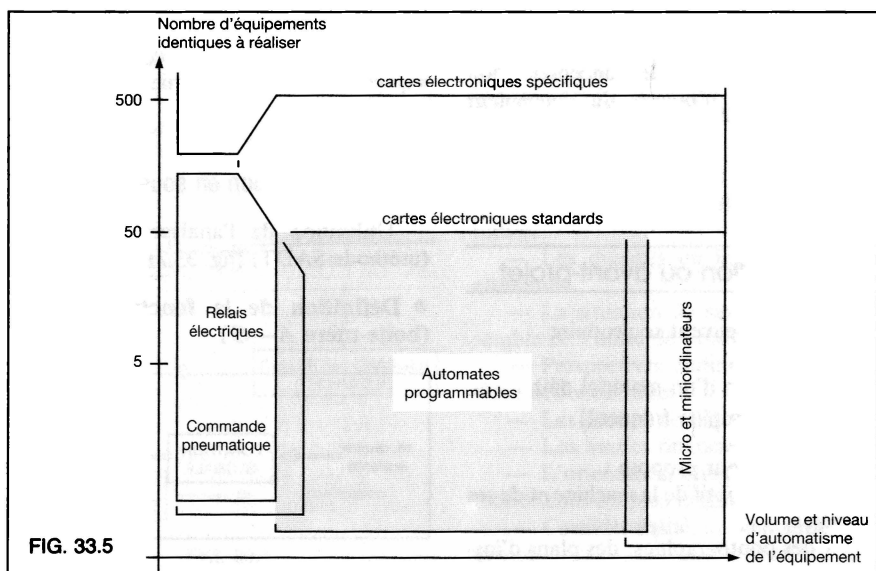
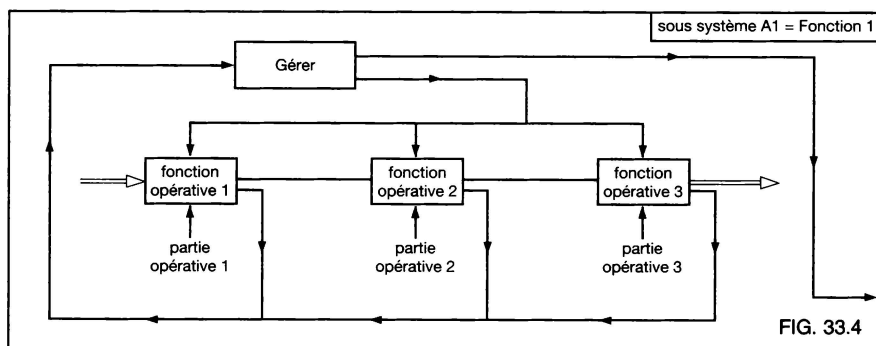
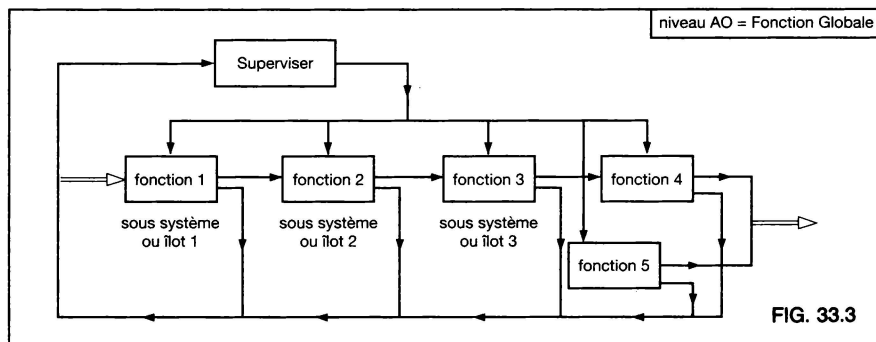


FIG. 33.2

AUTOMATISMES



• Décomposition de A—O en sous-systèmes ou îlots fonctionnels

On obtient le niveau AO (fig. 33.3).

• Décomposition de chaque îlot en sous-fonctions opératives (fig. 33.4)

4.3 Choix de la technologie de la partie commande (figure 33.5)

• Technologie câblée

Pour les problèmes simples et lorsque de nombreux équipements identiques sont à réaliser.

• Technologie programmée

— automates, micro-ordinateurs.

Pour les problèmes complexes et surtout pour les équipements susceptibles d'évoluer dans le temps.

4.4 Choix des actionneurs de la partie opérative

• Actionneurs électriques

- moteurs,
- électrovannes,
- résistances de chauffage,
- électroaimants.

(personnel qualifié pour l'installation et la maintenance).

• Actionneurs pneumatiques

- vérins,
- moteurs pneumatiques.

• Actionneurs hydrauliques

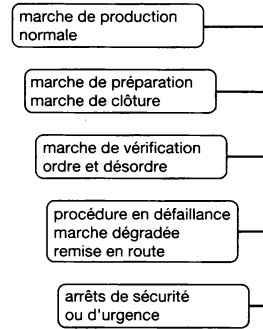
- vérins,
- moteurs hydrauliques

(efforts importants — vitesse précise — nettement plus chers que les actionneurs pneumatiques).

4.5 Modes de marche

Ils sont à classer dans l'ordre indiqué en figure 33.6.

MODES DE MARCHÉ



OUTILS DE DESCRIPTION

- GRAFCET
- points de vue | P.O.
- de vue | P.C.

- GEMMA
- GRAFCET de Sécurité
- GRAFCET de Conduite
- GRAFCET mode Manuel

FIG. 33.6

4.6 Relation de chaque sous-système avec le milieu extérieur

C'est une description des relations du système, dans chaque mode de marche, avec le milieu extérieur. Par exemple pour la partie opérative en régime de production normale (fig. 33.7).

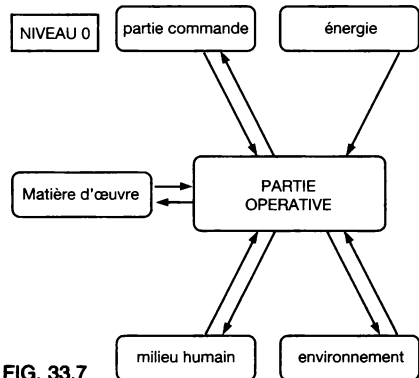


FIG. 33.7

5. Le cahier des charges final

Il comporte :

- le cahier des charges fonctionnel de départ,
- le cadre de réponse,
- les spécifications techniques ou cahier des charges technique,
- le descriptif des services associés (essais, livraison, etc.),
- le dossier commercial (coût, garanties, etc.).

34. LOGIQUE DE COMMANDE PNEUMATIQUE. LES COMPOSANTS

1. Introduction

La technologie « tout pneumatique », aussi bien pour la partie commande que pour la partie opérative tend aujourd'hui à être remplacée par :

- automates programmables industriels : partie commande,
- actionneurs pneumatiques (ex-vérins) : partie opérative.

La mise en œuvre de ce « transfert » aussi bien que la réalisation de l'interface automate-vérin nécessitent cependant la parfaite connaissance de la technologie « pneumatique ».

2. Les cellules logiques de base

Ces cellules réalisent les fonctions logiques : *OUI-NON-ET-OU*. Elles sont autonomes ou associables.

Dans tous les cas de figure, l'interface entre les composants de la partie commande (cellules logiques par exemple) et les vérins de la partie opérative sont des distributeurs.

2.1 Les distributeurs

Leur fonction est d'assurer l'alimentation en air comprimé ou l'échappement de circuits de puissance.

Les caractéristiques d'un distributeur sont définies par la norme NF E 04-056. Elles concernent :

• Le nombre d'orifices

- orifices d'alimentation,
 - orifices d'échappement,
 - orifices de raccordement distributeur-vérins,
- par exemple 2, 3, 4 ou 5 orifices.

• Le nombre de positions

Celui-ci indique le nombre de combinaisons possibles des circuits. Ces positions correspondent dans le schéma du distributeur au nombre de « carrés » : 2 ou 3 positions le plus souvent.

Nota : Pour les distributeurs à trois positions, la position centrale peut être :

- soit à *centre ouvert* : chambres de vérin à l'échappement,
- soit à *centre fermé* : fermeture des chambres de vérin,
- soit à *centre avec chambres sous pression* : l'air comprimé communique avec les deux chambres.

Exemple d'un distributeur 4/3 à centre ouvert (voir figure 34.1) (à commande électro-pneumatique (monostable)).

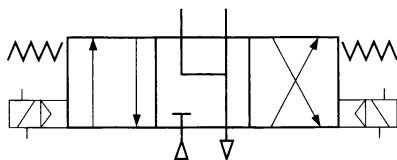


FIG. 34.1

Les distributeurs sont à commande monostable ou bistable.

(Un distributeur 5/3 est le plus souvent monostable.)

2.2 Exemple d'utilisation d'une mémoire monostable et d'un temporisateur

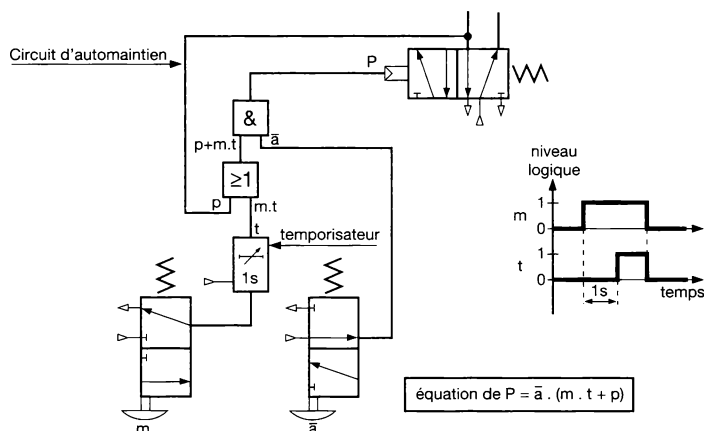


FIG. 34.2

P , distributeur 5/2 monostable est l'interface avec le circuit de puissance.

Le circuit d'automatisme (mémoire monostable) est alimenté ici par le circuit de puissance.

Nomenclature :

m = bouton poussoir marche,

$\bar{a}$ = bouton poussoir arrêt,

t = signal du temporisateur pneumatique (durée 1 seconde),

$\&$ = cellule logique ET,

≥ 1 = cellule logique OU.

Équation logique d'alimentation de P :

$$P = \bar{a} \cdot (m \cdot t + p)$$

2.3 Exemple d'utilisation d'une mémoire bistable

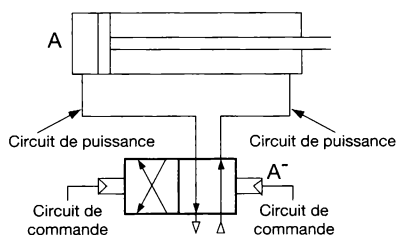


FIG. 34.3

Le distributeur 4/2 possède deux positions stables et permet l'alimentation du vérin pneumatique à double effet A .

3. Mémoire bistable pneumatique

3.1 Schéma

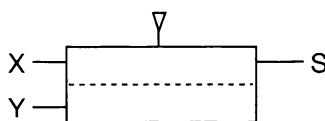


FIG. 34.4

3.2 Principe de fonctionnement

Le signal pneumatique de sortie (S) de la mémoire est à deux niveaux logiques stables. $S = 0$ et $S = 1$.

Les signaux pneumatiques d'entrée (X et Y) sont également à deux niveaux 0 et 1 et Y est prioritaire sur X .

X	Y	S	fonctionnement
0	0	0	pas d'information
1	0	1	mise à 1 par le signal X
0	0	1	mémorisation
0	1	0	remise à zéro par Y
1	1	0	le signal Y de remise à zéro est prioritaire sur X

4. Séquenceur pneumatique

4.1 Module d'étape ou registre

Considérons un gâcnet de trois étapes :

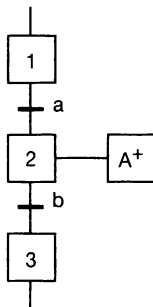


FIG. 34.5

Si nous considérons l'étape **2** : celle-ci sera activée si l'étape **1** est active : ($S_1 = 1$),

et si la réceptivité a est vraie : ($a = 1$).

Si nous considérons l'étape **3** : celle-ci sera activée si :

$$S_2 = 1$$

et si la réceptivité b est vraie : ($b = 1$).

L'information $S_2 = 1$ permet de désactiver l'étape **1** alors $S_1 = 0$.

Le module d'étape permettant de réaliser l'étape **2** peut être réalisé par :

- une mémoire bistable pneumatique,
- une fonction ET (&) (activation de la mémoire),

— une fonction OU (≥ 1) (désactivation de la mémoire).

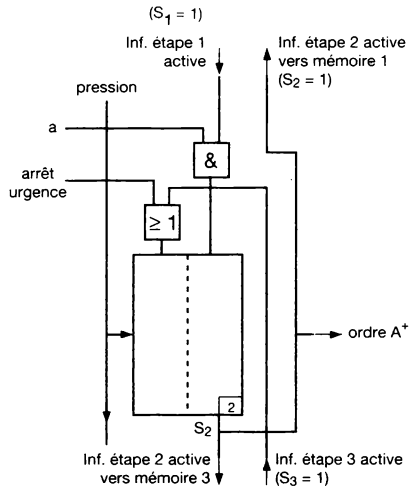


FIG. 34.6 inf = information

Nota : L'arrêt d'urgence désactive toutes les mémoires d'étape.

4.2 Séquenceur (d'après documentation Crouzet)

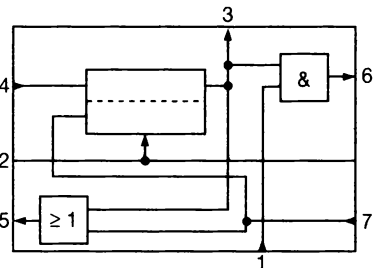


FIG. 34.7

On retrouve sur cette figure toutes les fonctions définies précédemment.

Signification des numéros d'entrée et sortie :

- 1 = entrée d'information-réceptivité.
- 2 = pression de fluide nécessaire au fonctionnement des mémoires et au circuit de puissance.

3 = sortie, ordre A^+ , A^- , etc.

4 = entrée d'information (étape précédente active).

5 = sortie de remise à zéro de toutes les mémoires.

6 = sortie d'information (étape active vers l'étape suivante).

7 = entrée d'information (étape suivante active).

4.3 Schéma logique et schéma d'usage d'un séquenceur

• Schéma logique d'un séquenceur à trois modules d'étape

Il est représenté à la figure 34.8.

r_1, r_2, r_3 : les entrées d'informations.

S_1, S_2, S_3 : les sorties d'ordres.

P = pression nécessaire au fonctionnement des mémoires et au circuit de commande.

R = remise à zéro de toutes les mémoires (arrêt d'urgence).

A = information « dernière étape active » (boucle d'activation).

B = information « étape 0 active » (boucle de désactivation).

Nota : La tête et la queue du séquenceur permettent de raccorder les entrées (et sorties) P, R, A, B .

• Le schéma d'usage (figure 34.9)

Il n'est utilisé que pour simplifier la représentation graphique du séquenceur. On retrouve sur ce schéma les mêmes fonctionnalités que sur le schéma logique.

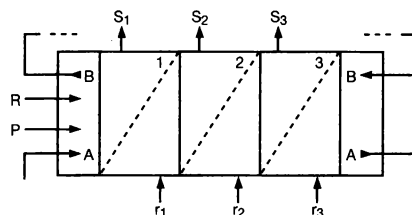


FIG. 34.9

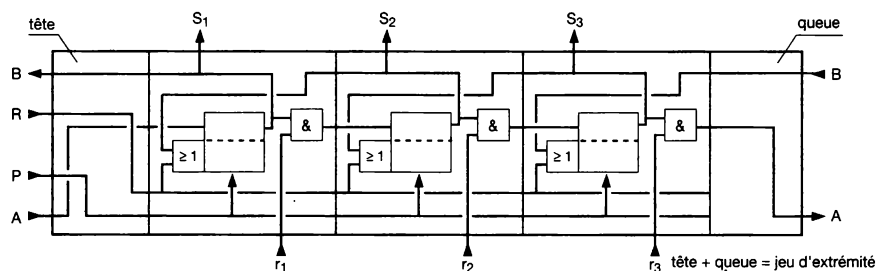


FIG. 34.8

35. LES LOGIQUES DE COMMANDE ÉLECTRIQUE ET ÉLECTRONIQUE

1. Logique de commande électrique

1.1 Domaine d'emploi

Aujourd'hui cette technologie a tendance soit à disparaître soit à servir d'interface entre une commande électronique ou un automate programmable et des actionneurs électriques. Elle reste tout de même très utilisée dans les systèmes dont la sécurité est le principal critère de choix (aiguillages ferroviaires par exemple).

1.2 Les relais électromagnétiques

• Instantané (voir figure 35.1)

L'alimentation de la bobine de l'électroaimant KA entraîne le basculement des contacts électriques associés.

Exemple : CA2DN122 de Télémécanique.

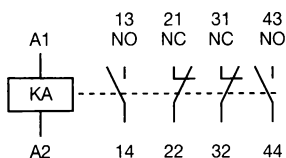


FIG. 35.1

Ce relais possède :

- deux contacts associés à ouverture (NC),
- deux contacts associés à fermeture (NO).

On peut utiliser un contact à fermeture (par exemple 13-14) pour câbler une mémoire d'automaintien. En cas de coupure d'alimentation de KA, un ressort ramène l'ensemble des contacts à l'état de repos (celui de la figure 35.1).

• Bistable (voir figure 35.2)

Deux états stables commandés par deux bobines :

- bobine A (bornes A₁-A₂) pour l'enclenchement,
- bobine E (bornes E₁-E₂) pour le déclenchement.

Exemple : CA2DK122 de Télémécanique.

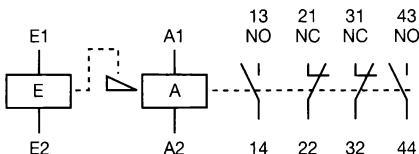


FIG. 35.2

• Temporisés

— *Temporisé au travail* : le basculement des contacts associés est retardé à partir de l'instant d'alimentation de la bobine (voir figure 35.3).

— *Temporisé au repos* : le basculement des contacts associés est instantané à partir de l'instant d'alimentation de la bobine et retardé à partir de l'instant de la coupure d'alimentation de la bobine (voir figure 35.4).

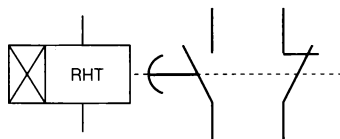


FIG. 35.3

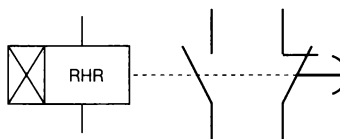


FIG. 35.4

1.3 Séquenceur électrique

• Un séquenceur est constitué d'une suite de modules d'étape (fig. 35.5).

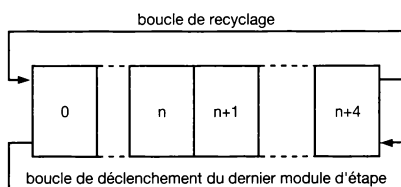
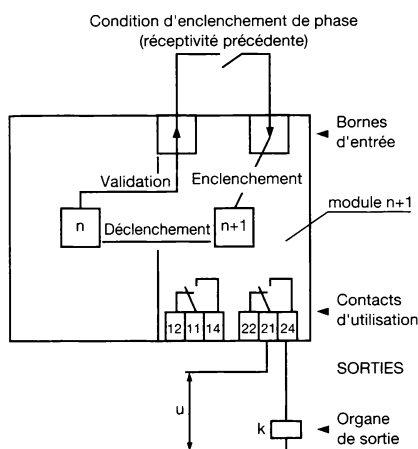


FIG. 35.5

• Le module de phase (exemple : $n + 1$) devient actif :
 — s'il est validé par le module précédent,
 — si les conditions d'enclenchement de phase sont remplies (réceptivité précédente).

• Quand le module de phase devient actif :
 — il désactive le module précédent (déclenchement),
 — il active ses sorties (contacts 14 et 24),
 — il valide le module suivant.

Pour le premier et le dernier module, une boucle de recyclage assure la validation du premier module par le dernier et une boucle de déclenchement assure la désactivation du dernier module par le premier.

1.4 Programmeur cyclique (à cames)

Un cycle de fonctionnement correspond à un tour de came, donc à 360 degrés. Le programme est représenté par un diagramme. Celui-ci reproduit le profil théorique développé de chaque came en fonction de son contact associé (repos ou travail), et de sa position en degré (figure 35.6).

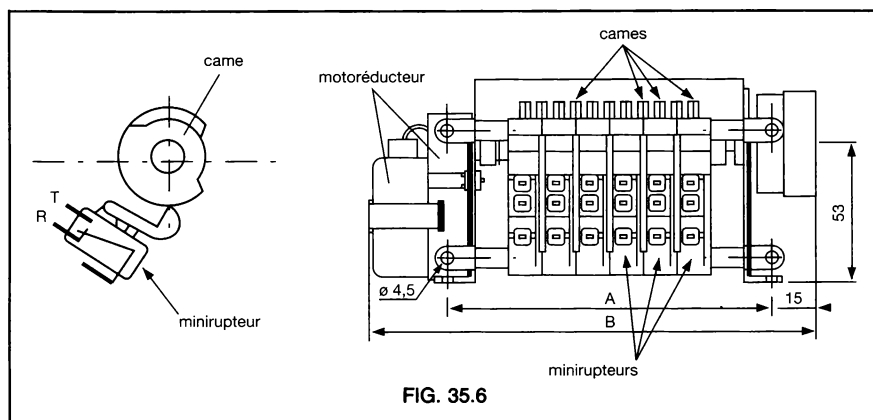


FIG. 35.6

2. Logique de commande électronique

2.1 Domaine d'emploi

Cette technologie est utilisée pour le traitement de l'information. Ses avantages les plus évidents sont :

- faible consommation d'énergie,
- faible volume,
- traitement possible d'un grand nombre de données,
- rapidité d'exécution des traitements,
- possibilité de programmation de certains composants,
- faible coût.

2.2 Les bascules

• Bascule RS

La figure 35.7 donne un exemple d'un montage antirebond à l'aide d'une bascule réalisée avec deux portes *NAND*.

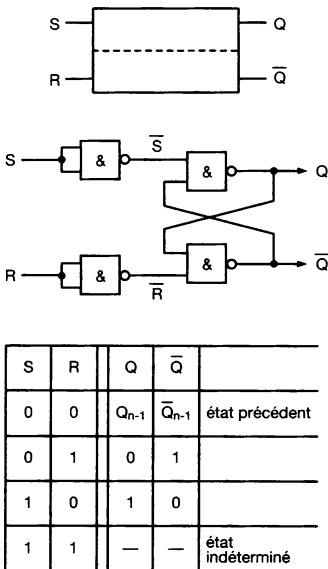


FIG. 35.7

• Les bascules synchrones

Un circuit numérique est dit « synchrone » lorsque le niveau logique de ses sorties ne peut changer qu'à un signal d'horloge.

Exemple d'une bascule D synchrone

Bascule réalisée avec des portes *NAND*.

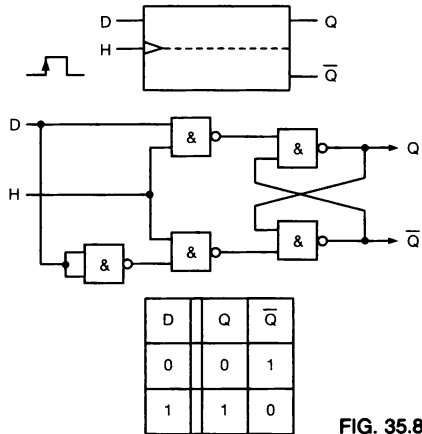


FIG. 35.8

Exemple d'une bascule JK synchrone

Cette bascule n'a pas d'état indéterminé, quand $J = K = 1$. Il y a basculement des états de sortie au top d'horloge H sur son front descendant.

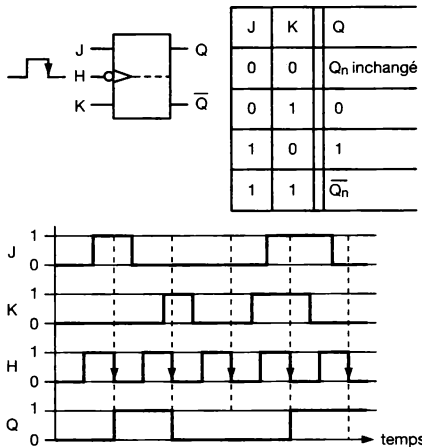


FIG. 35.9

2.3 Les registres

• Principe

Le stockage des données binaires se fait dans des groupes de bascules (registres). L'échange des données d'un registre à un autre est un *transfert*.

Il existe des registres à empiement et des registres à décalage (les plus utilisés).

• Registres à décalage

La figure 35.10 donne l'exemple d'un registre à décalage à droite de quatre bits (réalisé avec quatre bascules JK synchrones).

Entrées séries — Sorties séries (cas de la figure 35.10) ou sorties parallèles si on utilise séparément les sorties A, B, C et D.

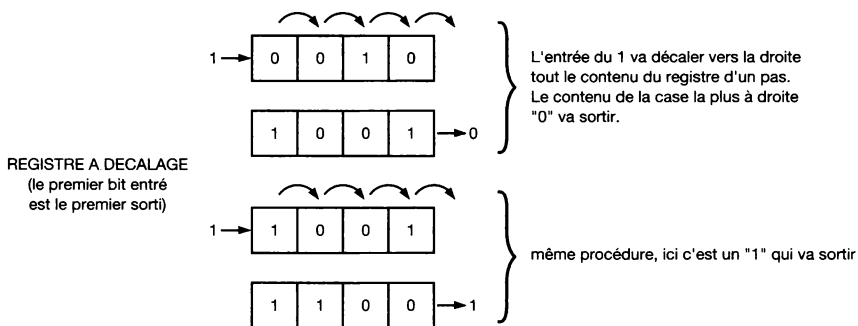
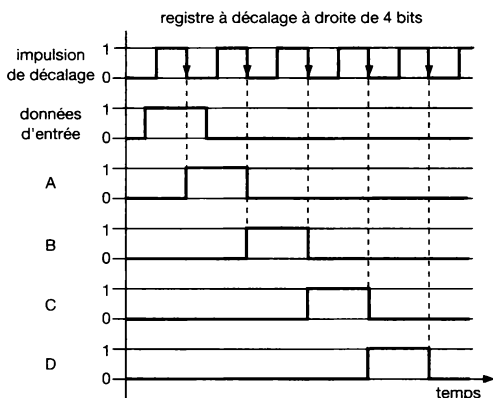
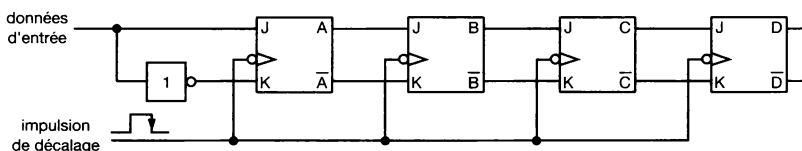


FIG. 35.10

2.4 Les compteurs

• Principe

À chaque front d'une impulsion, le compteur « s'incrémente », c'est-à-dire qu'il passe d'un mot binaire au suivant.

Exemple d'un « mot » à 2 bits :

Remise à zéro	0	→	0 0	« incrément » à chaque impulsion
	1	→	0 1	
	2	→	1 0	
	3	→	1 1	

Exemple d'un « mot » à 3 bits :

Remise à zéro	0	→	0 0 0	impulsion
	1	→	0 0 1	
	2	→	0 1 0	
	3	→	0 1 1	
	4	→	1 0 0	
	5	→	1 0 1	
	6	→	1 1 0	
	7	→	1 1 1	

• Compteur asynchrone binaire

La figure 35.11 donne l'exemple d'un compteur à 3 bits réalisé avec 3 bascules JK.

• Compteur à décade

(D.C.B. = décimal, codé, binaire)

Il faut un « mot » à 2 bits pour compter de 0 à 4 (2^2).

Il faut un « mot » à 3 bits pour compter de 0 à 8 (2^3).

Il faut un « mot » à 4 bits pour compter de 0 à 16 (2^4).

Etc.

Pour compter de 0 à 10 (numération décimale), il faut donc un mot à 4 bits dont on condamne les 6 derniers nombres par une remise à zéro anticipée.

recyclage à la 10^{ème} impulsion

D	C	B	A	I
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	2
0	0	1	1	3
0	1	0	0	4
0	1	0	1	5
0	1	1	0	6
0	1	1	1	7
1	0	0	0	8
1	0	0	1	9
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

FIG. 35.12

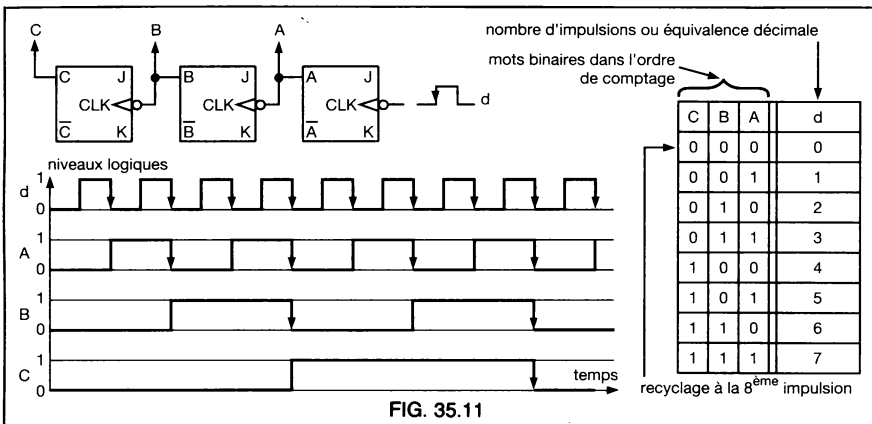


FIG. 35.11

On remarque que la remise à zéro ou le recyclage à la dixième impulsion est donnée par :

$$d\bar{c}b\bar{a} = 1010$$

On peut simplifier l'information en remarquant que la combinaison db est rencontrée pour la première fois.

Réalisation à l'aide de 4 bascules JK (fig. 35.13).

2.5 Le comparateur (voir figure 35.14)

Les comparateurs signalent :

- l'égalité (=),
 - la supériorité (>),
 - l'infériorité (<),
- entre deux mots binaires.

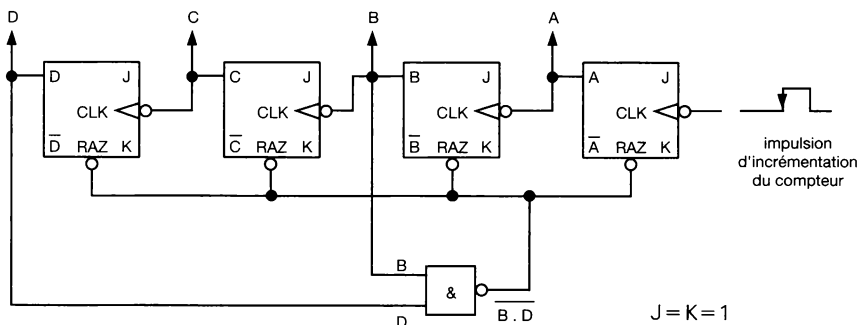
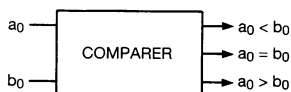


FIG. 35.13



a_0	b_0	$a_0 < b_0$	$a_0 = b_0$	$a_0 > b_0$
0	0	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	1	0	1	0

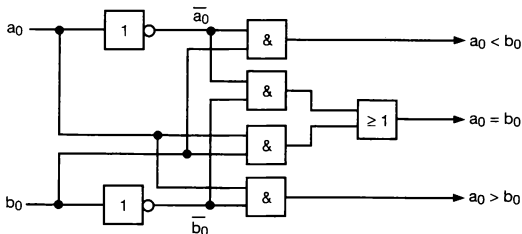


FIG. 35.14

36. LA LOGIQUE DE COMMANDE PROGRAMMABLE

La logique de commande programmable est à juste titre de plus en plus utilisée. Parmi ses nombreux avantages citons : la flexibilité, le travail en temps réel, le dialogue homme-machine, l'affichage et la circulation des données, l'aide à la maintenance par affichage de la nature et de la localisation des défauts, etc.

1. L'automate programmable industriel (API)

1.1 Place de l'API dans un système

Il y a en général un automate par machine.

Quand un système comporte plusieurs machines qui dépendent les unes des autres, les automates qui pilotent chaque machine sont connectés en réseau et supervisés soit par un autre automate soit par un PC.

Exemple d'un tel réseau relatif à une centrale de production de vapeur pour l'industrie papetière (fig. 36.1).

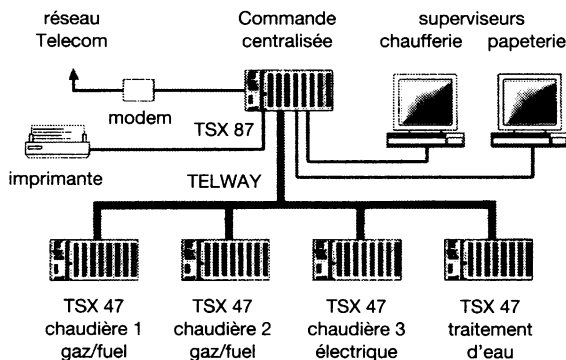


FIG. 36.1 (doc. Télémécanique)

1.2 Caractéristiques d'un API

Le choix d'un automate pour une certaine tâche se fait en fonction de :

- son alimentation (24 V = ; 220 V ~ etc.),
- son nombre d'entrées-sorties TOR (« tout ou rien »),
- ses langages de programmation possibles,
- sa puissance de traitement,
- sa taille mémoire,
- son boîtier (compact ou modulaire),
- son nombre d'entrées-sorties analogiques,
- ses possibilités d'extension,
- sa possibilité de communiquer sur un réseau,
- son environnement périphérique.

Exemple : TSX 47 (voir figure 36.1)

- Alimentation : 24 ou 48 V = ; 110/220 V ~ .
- Nombre d'entrées-sorties : 1024 (extensions possibles).
- Langages : littéral, à contacts, grafset.

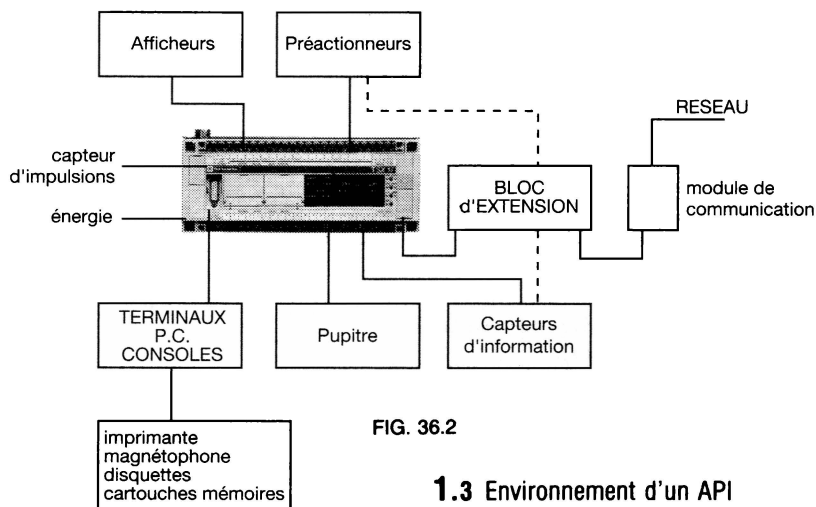


FIG. 36.2

1.3 Environnement d'un API

La figure 36.2 décrit l'environnement de l'automate TSX 17 qui est un API de base à boîtier compact.

— Communication : automate mono-réseau.

— Taille mémoires : RAM interne 48 Ko, cartouche mémoire 64 Ko. EPROM.

— Boîtier : modulaire (modules dans un bac).

— Possibilités d'extension : jusqu'à 48 modules intelligents.

2. Architecture fonctionnelle d'un API

2.1 L'unité centrale et ses fonctions

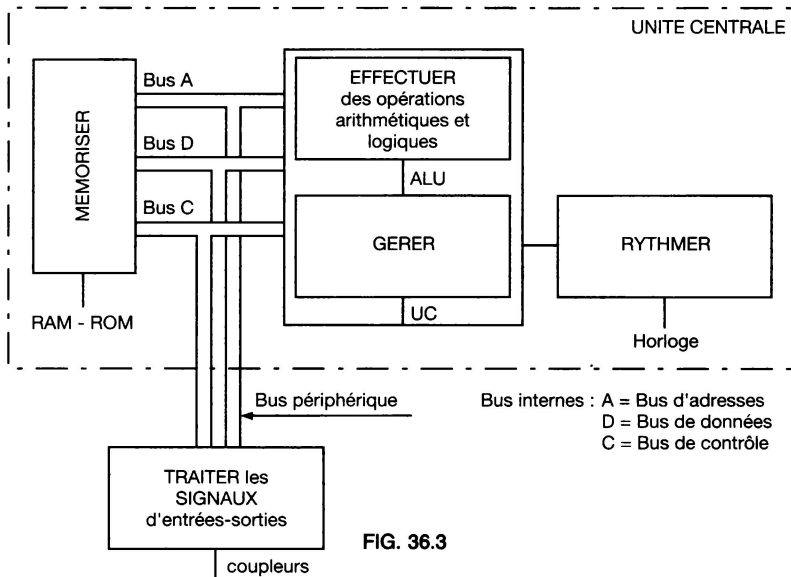


FIG. 36.3

Effectuer les opérations arithmétiques et logiques... c'est la fonction assurée par le bloc ALU (unité arithmétique et logique).

Gérer les flux d'informations... c'est la fonction assurée par le bloc UC (unité de contrôle).

Mémoriser : la mémoire ROM (*Read Only Memory*) est la mémoire morte (on ne peut pas la modifier).

La mémoire RAM (*Random Access Memory*) est la mémoire vive (on peut la lire et la charger en données).

Rythmer : une horloge permet de donner le rythme, c'est-à-dire les intervalles de temps nécessaires pour réaliser les différentes opérations.

2.2 Les fonctions des autres modules de l'API (fig. 36.4)

- **Le module d'alimentation** (1) permet la transformation et le redressement de la source de courant, etc.

2.3 Les bus

Entre les différents éléments de l'unité centrale (figure 36.3), les informations sont véhiculées par des nappes de fils ou des circuits imprimés. Ce sont les **bus internes** : bus d'adresses, bus de données, bus de contrôle.

Entre les différents modules (figure 36.4), les informations sont véhiculées par le bus périphérique.

3. Les familles de langages des API

Le langage de programmation est interne à l'API, ou bien inclus dans une cartouche micro-logiciel.

Ce langage est utilisé par l'opérateur pour rentrer le programme de pilotage du système ou pour faire dialoguer l'API avec les autres automates du circuit.

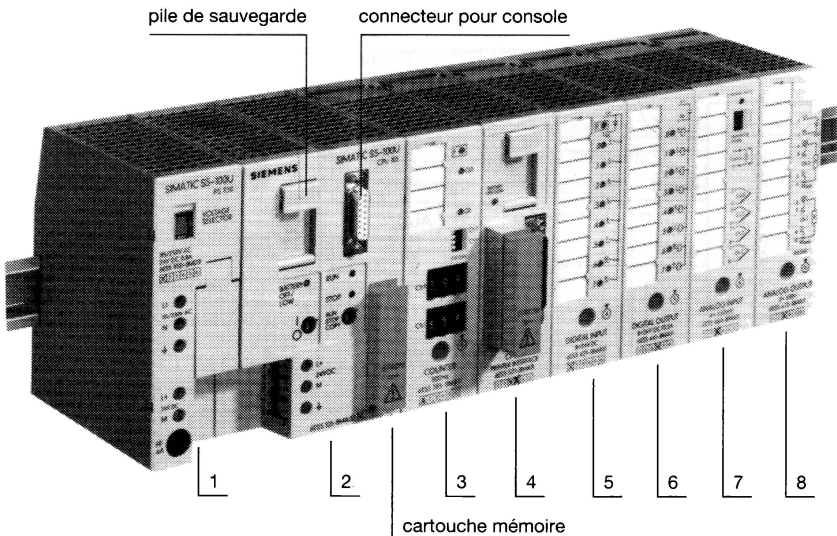


FIG. 36.4 (doc. Siemens)

La logique de commande programmable

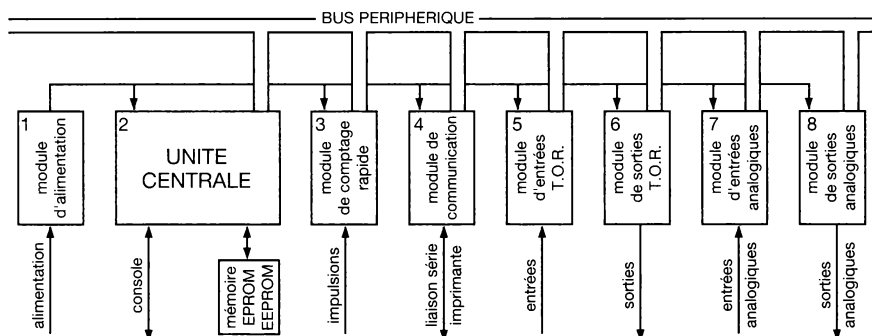


FIG. 36.4

Citons pour mémoire les langages les plus utilisés :

- le langage littéral,
- le langage booléen,
- le langage à contacts, associé le plus souvent avec le langage grafcet (possibilité de fonctions préprogrammées, temporisateurs, compteurs...),
- le langage par les logigrammes (possibilité fonctions préprogrammées),

— les blocs fonctions :

- blocs fonctions préprogrammés,
- blocs calcul et transfert (opérations arithmétiques et logiques),
- bloc comparaison (tests),
- bloc texte (messages sous code ASCII),
- le langage grafcet, normalisé, très utilisé pour répondre aux problèmes séquentiels complexes.

37. LES ACTIONNEURS

À côté des actionneurs classiques, vérins, moteurs... dont l'utilisation peut être qualifiée de standard, il existe de plus en plus d'actionneurs spécifiques adaptés aux besoins propres de chaque système automatisé.

1. Les actionneurs pneumatiques

1.1 Vérins simple effet

L'air comprimé est admis d'un seul côté du piston, le mouvement de retour est produit généralement par un ressort (figure 37.1).

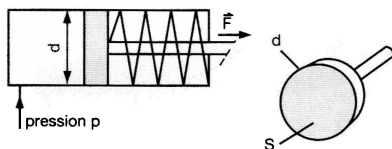


FIG. 37.1

• Force théorique exercée par le vérin

$$F = pS - F_r$$

F = force exercée sur la tige du vérin (en N),

p = pression relative de l'air comprimé (en MPa),

S = surface du piston (en mm²),

F_r = force de rappel du ressort (en N);
pour une course faible de la tige, on peut considérer F_r comme une valeur moyenne.

1.2 Vérins double effet

L'alimentation en air comprimé de l'orifice (1) entraîne la sortie de la tige (force F_1).

L'alimentation en air comprimé de l'orifice (2) entraîne la rentrée de la tige (force F_2) (figure 37.2).

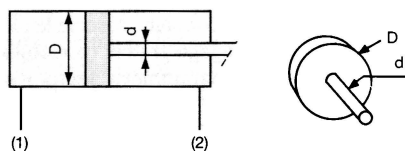


FIG. 37.2

• Forces théoriques exercées par le vérin

$$F_1 = pS_1$$

$$\text{avec } S_1 = \frac{\pi D^2}{4}$$

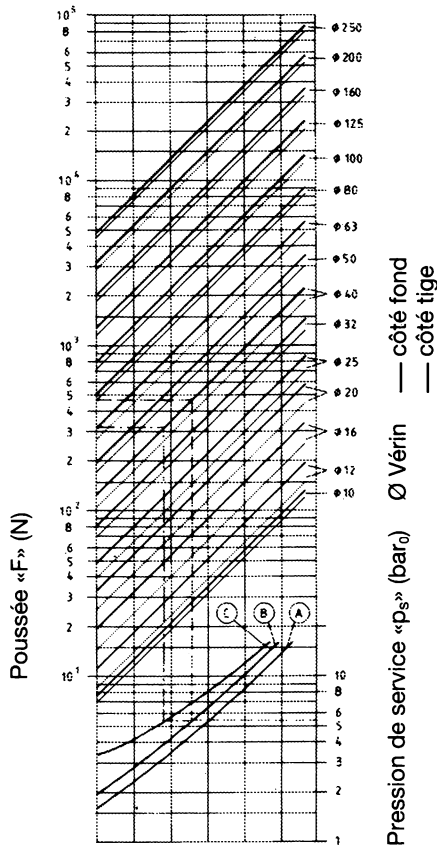
$$F_2 = p(S_1 - S_2)$$

$$\text{avec } S_1 = \frac{\pi D^2}{4} \text{ et } S_2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Remarque : Les forces calculées sont des forces théoriques qui ne tiennent pas compte des frottements. Ces derniers, dus essentiellement aux joints d'étanchéité, ne sont pas négligeables. Les constructeurs proposent des diagrammes d'utilisation qui tiennent compte (figure 37.3) :

- des frottements,
- du mode de déplacement de la tige (A, B, C).

Les actionneurs



- (A) pour les vérins de bridage
 (B) pour les vérins de travail, qui doivent fournir une poussée pendant leur course : sans exigence en ce qui concerne la courbe de vitesse par exemple à l'accélération.
 (C) pour les vérins de travail avec amortissement et régulation de vitesse (vitesse constante).

La pression d'alimentation est ici donnée en bar : 1 bar $\approx$ 0,1 MPa.

FIG. 37.3 (doc. Bosch)

● Taux de charge d'un vérin

Un mécanisme quelconque doit toujours fonctionner au-dessous de ses possibilités maximum calculées, ceci pour augmenter sa durée de vie.

$$T = \frac{\text{Force utile}}{\text{Force réelle}}$$

Les constructeurs prévoient généralement $0,5 \leq T \leq 0,7$ suivant les conditions d'utilisation.

1.3 Accessoires pour vérins

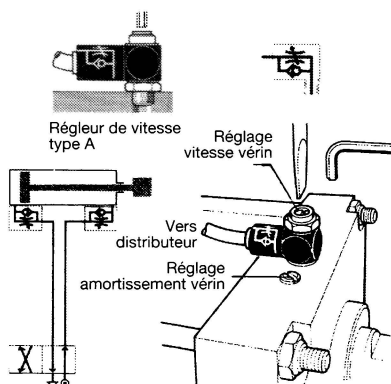
Nous ne citerons que les deux accessoires les plus utilisés.

• Les régleurs de vitesse

Le réglage du débit se fait sur l'air d'échappement du vérin ; ce réglage par vis permet l'adaptation de la vitesse de la tige à la valeur souhaitée.

Exemple pour un vérin double effet (figure 37.4).

Implantation sur vérin d'un régleur de vitesse type A



doc. Télémécanique

FIG. 37.4

• Les bloqueurs pneumatiques

Ils ont pour rôle de couper simultanément l'arrivée et l'échappement d'air comprimé dans les deux chambres du vérin.

Le bloqueur permet d'immobiliser la tige du vérin (figure 37.5).

Il existe également des bloqueurs mécaniques (Bosch).

Commande des bloqueurs 22 par signal électrique

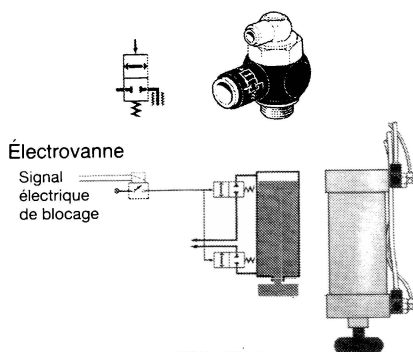


FIG. 37.5

1.4 Vérins spéciaux

Nous citerons pour mémoire :

- les vérins compacts à faible course,
- les vérins à section rectangulaire à simple effet,
- les vérins rotatifs,
- les impacteurs ou vérins capables de fournir une grande énergie en un temps très bref,
- les vérins sans tige.

2. Les préactionneurs ou distributeurs

Dans un système automatisé, l'actionneur pneumatique (vérin) appartient à la **partie opérative**, il est dimensionné en fonction de la force qu'il doit exercer et il est alimenté par le circuit de puissance.

La partie commande n'envoie pas directement ses ordres au vérin, mais à un distributeur qui ouvre ou ferme le circuit de puissance. Le mouvement du distributeur est assuré par une commande électrique ou pneumatique suivant la nature du circuit de commande.

2.1 Types de distributeur

Un distributeur est caractérisé par (figure 37.6) :

Ainsi un distributeur 4/3 comporte 4 orifices et 3 positions.

- le nombre d'orifices de raccordement,
- le nombre de positions du tiroir.

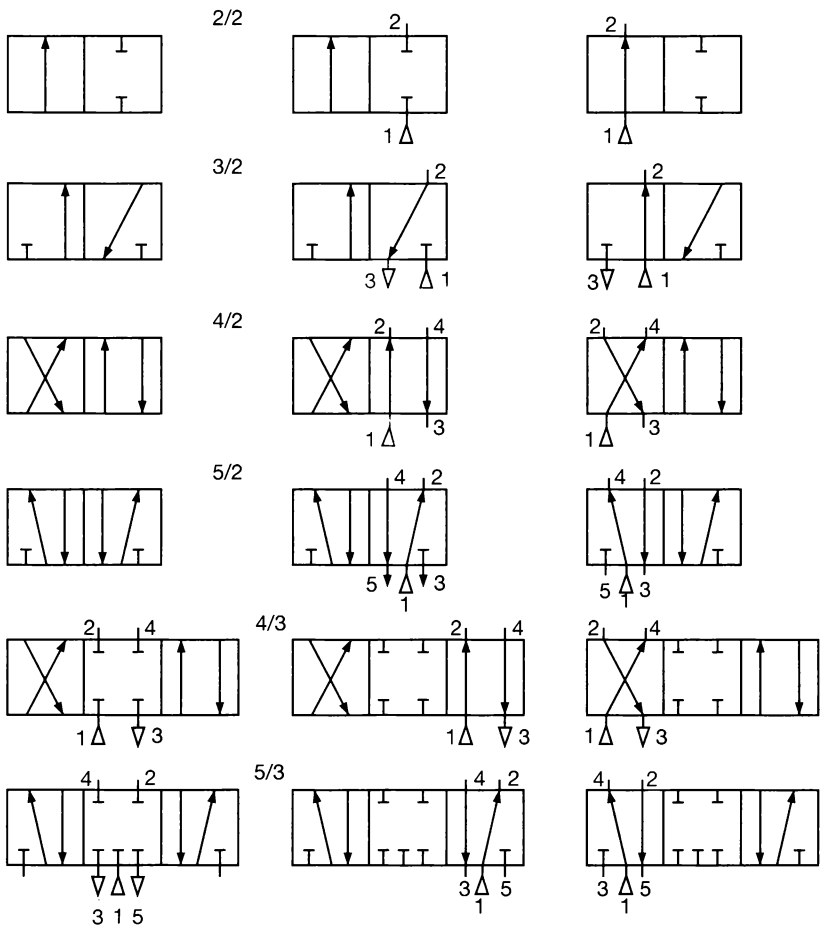


FIG. 37.6

2.2 Types de commande

Les principaux types de commande sont représentés sur l'extrait ci-dessous de la norme ISO 12 19-1 (figure 37.7).

Les distributeurs peuvent être :

- monostables (1 position stable),
- bistables (2 positions stables).

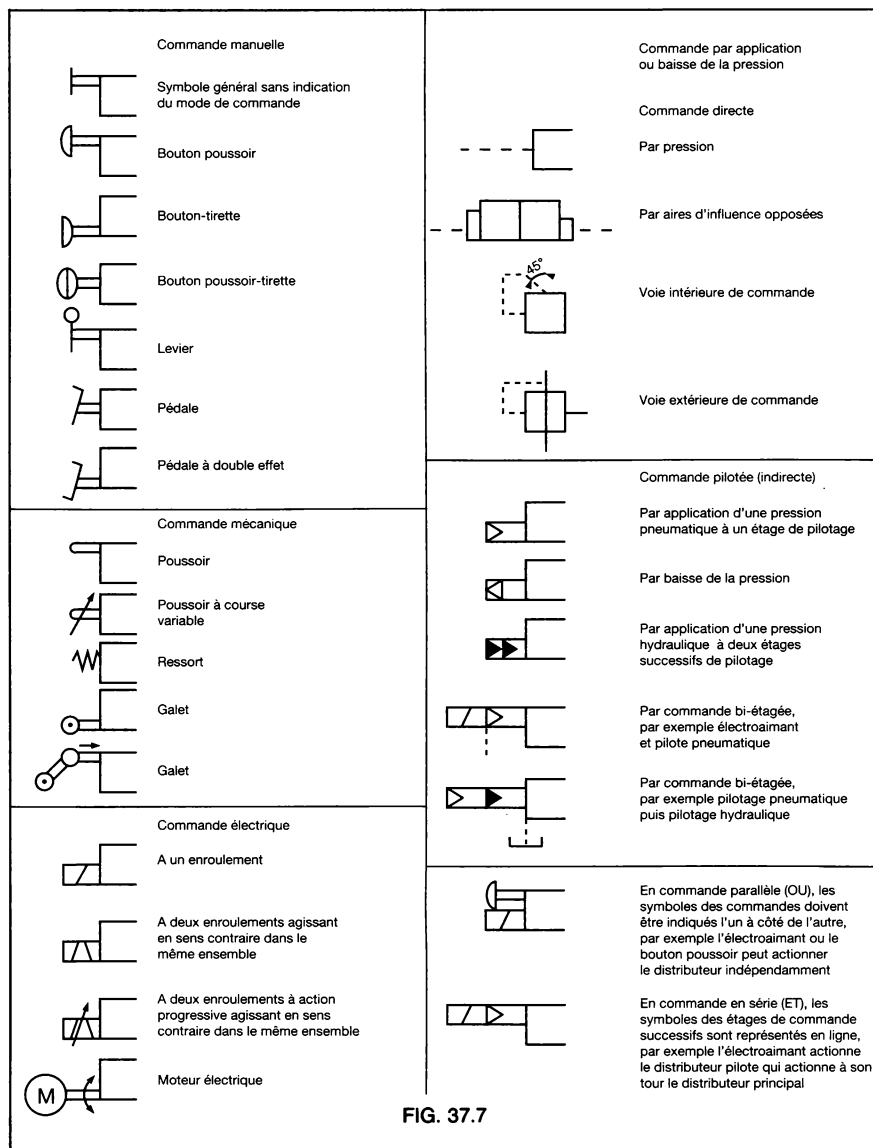


FIG. 37.7

3. Les actionneurs électriques. Moteurs

(On se référera aux ouvrages d'électricité et d'électrotechnique publiés dans la même collection.)

3.1 Le moteur asynchrone triphasé

C'est l'actionneur le plus utilisé. Il en existe deux types principaux :

- le moteur à rotor à cage,
- le moteur à rotor bobiné.

Il existe deux types de couplage possibles des bobines du stator.

• Couplage étoile (Δ)

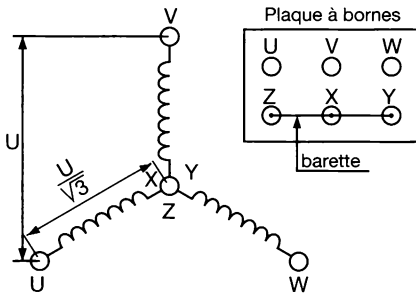


FIG. 37.8

Si $U = 380 \text{ V}$ est la tension entre phases du réseau, la tension aux bornes de chaque bobine est égale à :

$$\frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ volts}$$

• Couplage triangle (Δ)

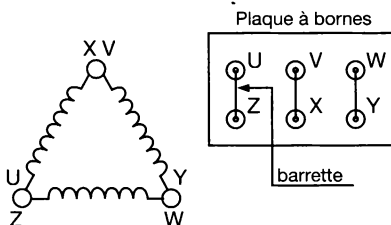
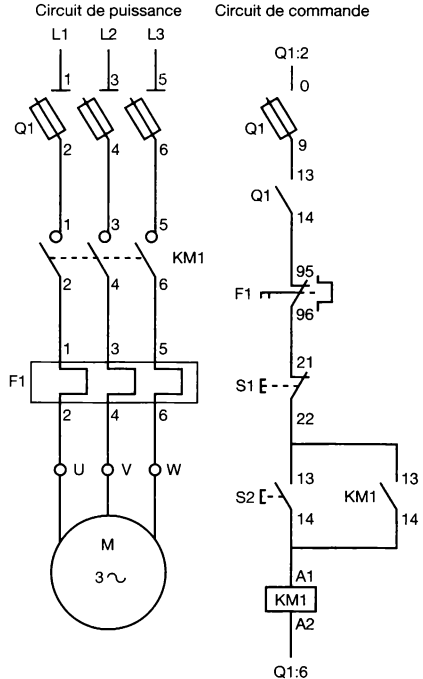


FIG. 37.9

La tension aux bornes de chaque bobine est égale à la tension U entre phases.

• Schémas des circuits de puissance et de commande



Q1 = sectionneur porte-fusibles.
S2 = bouton poussoir marche.
S1 = bouton poussoir arrêt.
KM1 = alimentation du moteur.
Auto-alimentation de KM1 par KM1 (13-14).
F1 = relais thermique.

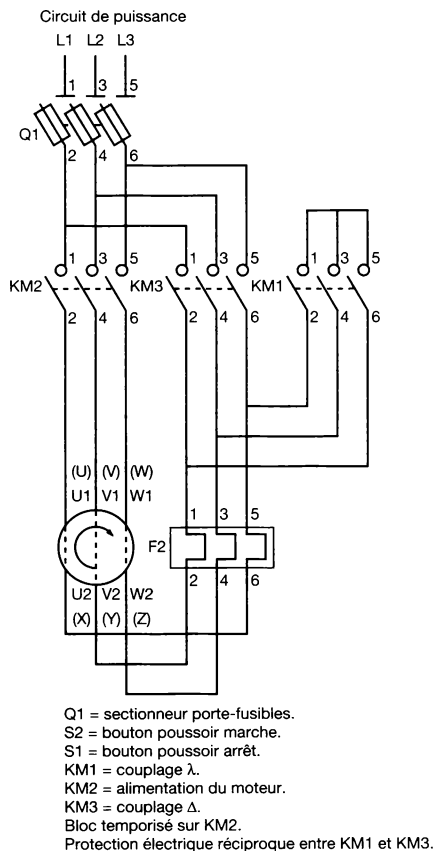
FIG. 37.10 (doc. Télémécanique)

• Démarrage

— *Démarrage direct* (suivant le schéma de la figure 37.10).

C'est le procédé de démarrage le plus simple... et le moins cher. Inconvénient : surintensité importante, $I_d \approx 4 \text{ à } 8 I_n$.

— Démarrage étoile triangle (λ - Δ).



Le couplage λ permet un couple de démarrage réduit, $C_d = \frac{1}{3} C_n$, et une surintensité réduite, $I_d \approx 1,3$ à $2,6 I_n$.

Le couplage Δ est réalisé quand le moteur est lancé. Le couple passe alors à sa valeur nominale C_n et la surintensité qui en résulte est faible.

3.2 Moteurs pas à pas

Ces moteurs à très faible intensité sont très utilisés dans les automatismes ainsi qu'en robotique ; ils permettent d'obtenir des angles de rotation du rotor par rapport au stator extrêmement précis.

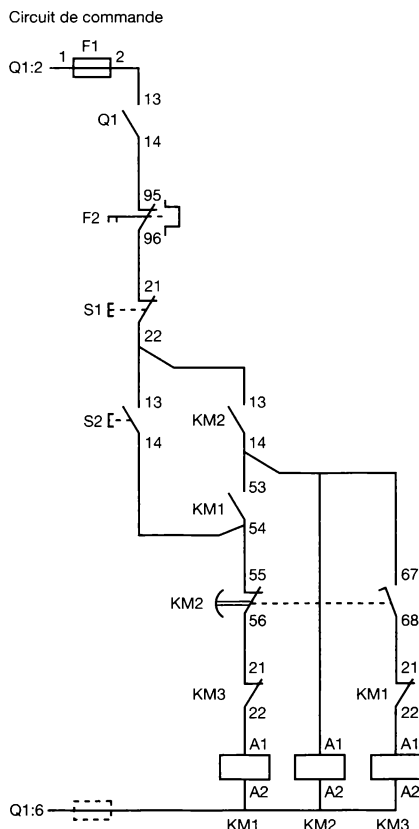


FIG. 37.11 (doc. Télémécanique)

• Moteurs à aimants permanents

Principe :

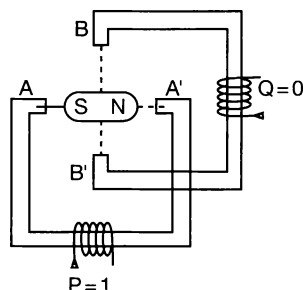


FIG. 37.12

L'alimentation des bobines P et Q suivant par exemple la séquence définie à la figure 37.13 permet de faire effectuer au rotor (aimant permanent) une série de quarts de tour dans un sens donné.

ETAPE	P	Q	ROTATION
1	1	0	0°
2	0	1	90°
3	-1	0	180°
4	0	-1	270°

FIG. 37.13

Nota : Le pas angulaire peut être diminué en augmentant :

- le nombre de phases sur le stator (S),
- le nombre de pôles sur le rotor (P).

$$pas = \frac{360}{S \times P}$$

● Moteurs à réluctance variable (fig. 37.14)

Le stator comporte un nombre pair de dents (N_S) ; chaque couple de dents opposées porte une bobine.

Le rotor porte également des dents mais en nombre (N_R) différent de (N_S). Le rotor n'est pas alimenté.

Quand on alimente une bobine du stator, le rotor tourne d'un certain pas de façon à être traversé par un flux maximal.

Soit p le pas angulaire en degré :

$$p = \frac{360}{N_R} - \frac{360}{N_S}$$

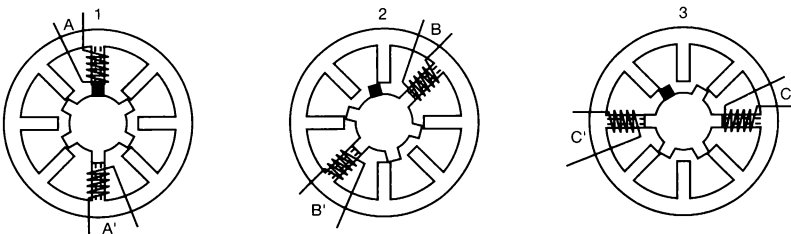


FIG. 37.14

● Moteur hybride (fig. 37.15)

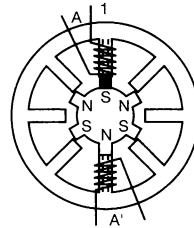


FIG. 37.15

Le principe est le même que celui des moteurs à réluctance variable mais le rotor porte des aimants permanents comme le moteur à aimants permanents.

Ce moteur réunit les avantages des deux précédents.

Couple assez important (moteur à aimants permanents) et nombre important de pas par tour (moteur à réluctance variable).

38. LES CAPTEURS ET MOYENS DE DIALOGUE

L'acquisition d'informations, réalisée par les capteurs, est une fonction importante de tout système automatisé. Elle consiste à tester une présence ou une absence ou à mesurer un phénomène physique et à transmettre l'information correspondante à la partie traitement (unité centrale de l'API par exemple).

L'information donnée par un capteur peut être : logique, analogique, numérique.

- **Au repos**, l'information (pression) ne passe pas entre 1 et 2.
Information : 0.

- **Au travail**, l'information (pression) passe de 1 vers 2.
Information : 1.

Nota : Le signal pneumatique (pression) peut être transformé en signal électrique, si la partie commande est électrique ou électronique.

1. Les capteurs TOR (« tout ou rien »)

Ces capteurs fournissent une image logique binaire (0 ou 1).

1.1 Capteurs pneumatiques

Ils sont constitués d'un corps, le plus souvent un distributeur 3/2 (3 orifices-2 positions) (figure 38.1). Le déplacement du tiroir est commandé par un galet, un levier, une antenne. Le retour en position de repos est assuré par un ressort.

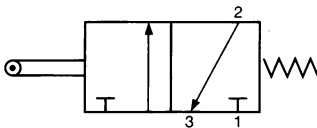


FIG. 38.1

1.2 Capteurs sans contact

Citons pour mémoire :

- les capteurs à fuite,
- les capteurs à seuil,
- les capteurs inductifs,
- les capteurs capacitifs,
- les capteurs photoélectriques,
- les capteurs à fibre optique.

- **Le choix du type de capteur** se fait en fonction des critères suivants :

- endurance : nombre de manœuvres,
- fréquence : nombre de manœuvres par heure,
- sensibilité — capacité de détection,
- fidélité,
- environnement : chimique, agressif, étanche, ...
- nature de l'objet à détecter : métallique ou non, transparent, réfléchissant, ...
- portée — distance de détection.

Exemple de choix de détecteur de position électronique (figure 38.2).

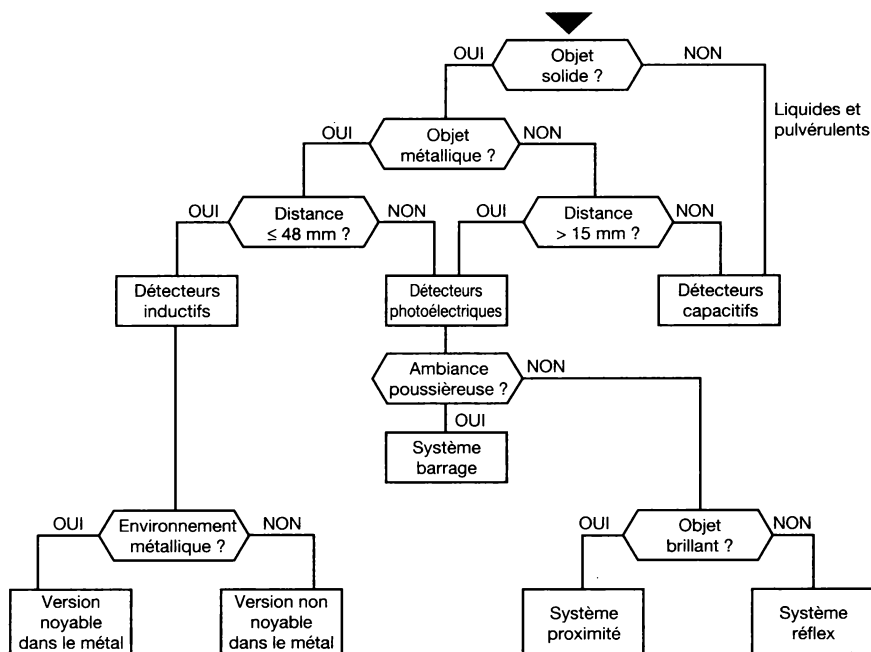


FIG. 38.2

2. Les capteurs analogiques

2.1 Principe

Ces capteurs délivrent une image du phénomène physique sous la forme d'une tension ou d'un courant proportionnels à la grandeur mesurée.

Le plus souvent cette image analogique sera convertie en image numérique par un coupleur pour pouvoir par exemple être traitée par un automate.

2.2 Quelques capteurs analogiques

Citons pour mémoire :

- les capteurs de proximité inductifs à sortie analogique,
- les détecteurs photoélectriques à sortie analogique,
- les capteurs de vitesse,
- les sondes de température,
- etc.

3. Les capteurs numériques

3.1 Principe

Ces capteurs sont capables de détecter une position, une vitesse, ... De plus, ils codent cette information et délivrent celle-ci sous forme binaire de plusieurs bits, c'est-à-dire d'un mot. Il existe plusieurs types de codeur.

3.2 Le codeur incrémental

Ce codeur comporte un disque avec des fentes ou des zones transparentes réparties régulièrement sur la piste extérieure et un « top d'initialisation » sur la piste intérieure (figure 38.3).

Deux capteurs à fourche *A* et *B* légèrement décalés détectent les zones transparentes et génèrent des impulsions qui pourront être traitées par un coupleur ou un automate.

Le troisième capteur à fourche *Z* détecte la position d'initialisation du disque.

Nota : Ce codeur doit être réinitialisé à chaque mise sous tension.

3.3 Le codeur absolu

Ce codeur donne sur un tour un code qui est l'image de la position réelle du solide à contrôler.

Ce codeur comporte un disque avec des fentes ou zones transparentes circulaires, disposées sur plusieurs pistes ; sur chaque piste est disposé un capteur (figure 38.4).

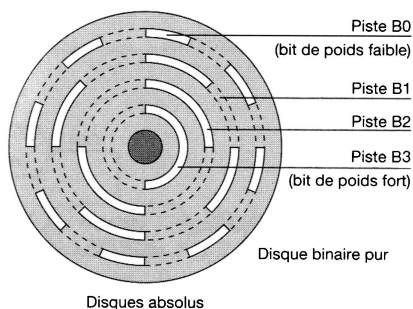


FIG. 38.4

Exemple de mot de positionnement d'un disque à 4 pistes :

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 1 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ B_3 & B_2 & B_1 & B_0 \end{array}$$

Précision d'un disque à 4 pistes :

$$\frac{360^\circ}{2^4} = 22,5 \text{ degrés}$$

Précision d'un disque à 13 pistes :

$$\frac{360^\circ}{2^{13}} = 0,044 \text{ degré}$$

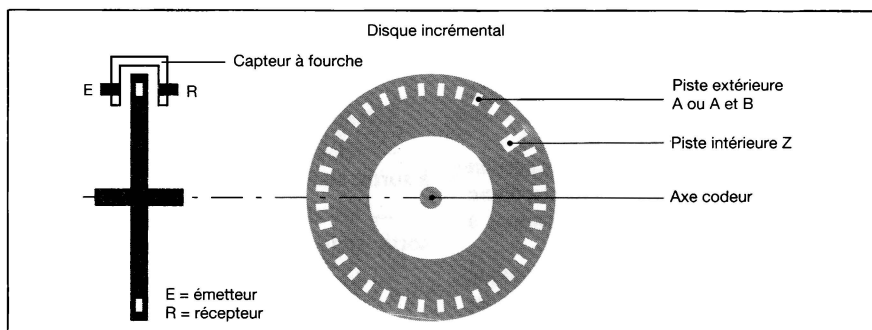


FIG. 38.3

3.4 Lecteur de code à barres

• Principe

Une source lumineuse balaye le code à barres. Les variations lumineuses sont captées par un élément photosensible puis amplifiées et traitées :

- 1 pour les espaces noirs (barres),
- 0 pour les espaces blancs.

Le traitement compare le signal lu à un signal d'horloge pour déterminer la largeur des barres.

4. Les capteurs « intelligents »

Un capteur « intelligent » est constitué :

- d'une **partie classique** constituée essentiellement d'un capteur analogique et d'un élément de mise en forme du signal ;
- d'une **partie « intelligente »** qui permet (entre autres) :
 - le traitement des données,
 - la communication avec la partie commande ou avec un opérateur,
 - un système d'autodiagnostic des pannes.

Exemple d'un capteur « intelligent » à ultrasons Siemens (figure 38.5).

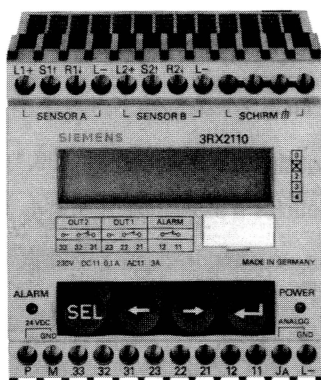
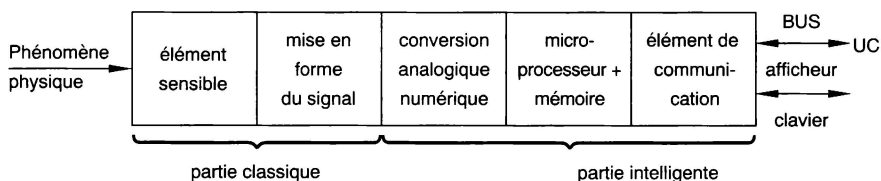


FIG. 38.5

39. RÉGULATION. ASSERVISSEMENT. INTERFACES D'ENTRÉES-SORTIES

1. Régulation et asservissements

1.1 Principe

Commander un système, c'est d'abord *élaborer une consigne*. Celle-ci est ensuite traitée et la machine effectue une tâche par l'intermédiaire d'un *organe effecteur* ou *sortie*. La sortie doit être **observée** ou **mesurée** et son état doit être **comparé** à une valeur de réglage.

Si la sortie est conforme à la valeur imposée par la consigne, l'exploitation se poursuit. Si elle s'écarte de la valeur imposée par la consigne la différence doit être prise en compte par la partie traitement et provoquer une *modification du signal de sortie*.

- Si la consigne d'entrée est constante ou évolue par paliers on réalise une régulation.

- Si l'entrée de référence suit une grandeur physique indépendante directement des consignes de l'opérateur on réalise un *asservissement*.

1.2 Boucle de rétroaction (fig. 39.1)

1.3 Boucles d'asservissement (fig. 39.2)

Pour un asservissement de position et de vitesse :

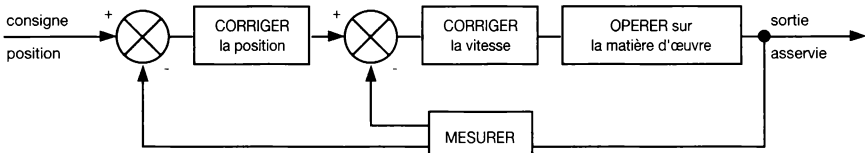


Schéma bloc d'un système asservi

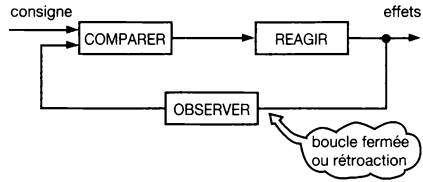


FIG. 39.1

2. Différents types de régulation

2.1 Régulation par « tout ou rien »

C'est la plus simple des régulations ; elle utilise comme source d'information sur la sortie, des capteurs à réponse binaire. Seuil de niveau, de température, etc.

2.2 Régulation à action proportionnelle (P)

Soit x l'écart entre la valeur (C) de consigne et la mesure (M) prise en sortie :

$$x = C - M$$

Soit G_r , le gain, c'est-à-dire le rapport entre le signal de sortie et le signal d'entrée :

$$G_r = \frac{\Delta s}{\Delta e}$$

FIG. 39.2

Soit X_p % la largeur de bande proportionnelle :

$$X_p = \frac{100}{G_r}$$

Ce paramètre traduit la stabilité de la régulation.

$$S = G_r \cdot (C - M) + S_0$$

S = signal de sortie du régulateur en %.

G_r = gain.

$C - M$ = écart entre consigne et mesure.

S_0 = signal de sortie du régulateur quand $M = C$.

2.3 Régulation à actions proportionnelle et dérivée (PD)

L'action dérivée (T_D) est généralement associée à l'action proportionnelle et permet, en détectant la vitesse de variation de l'écart $C - M$, d'anticiper sur la sortie.

2.4 Régulation à actions proportionnelle, intégrale et dérivée (PID)

L'action intégrale qui complète les actions précédentes permet de tenir compte du temps nécessaire pour que la variation du signal de sortie soit égale à celle du signal d'entrée.

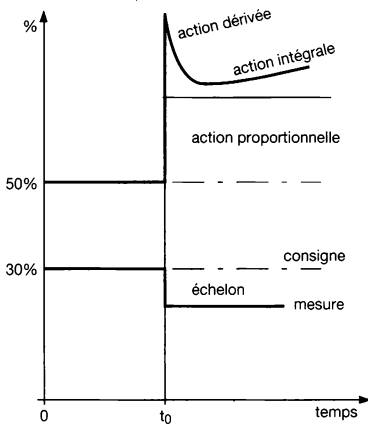


FIG. 39.3

3. Types de sorties d'un régulateur

3.1 Sortie analogique

La commande sur le préactionneur se fera alors en continu.

3.2 Sortie logique ou « tout ou rien »

La commande sur le préactionneur se fera alors en discontinu.

Exemple de commande

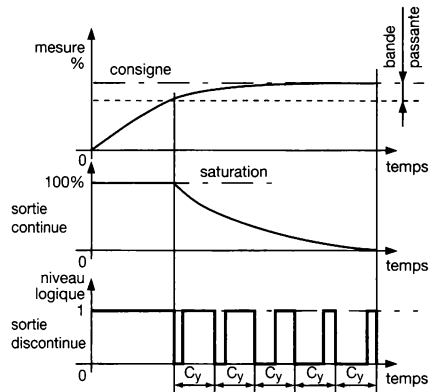


FIG. 39.4

4. Performances d'une régulation

4.1 Stabilité

Après modification de la consigne (C), la sortie et sa mesure (M) doivent avoir un comportement stable. Un gain trop important (G_r) peut entraîner une largeur de bande proportionnelle X_p % trop faible, d'où instabilité.

4.2 Précision

La précision reflète l'importance de l'erreur en régime stable.

4.3 Rapidité

La rapidité est le temps de réponse pour que la mesure se trouve à $\pm 5\%$ de la consigne en régime stable.

5. Interfaces d'entrées-sorties

Ce sont des composants qui se situent entre la partie commande et la partie opérative. Leur rôle est essentiellement d'adapter le signal en fonction de son utilisation.

5.1 Convertisseur analogique numérique (CAN)

Traduit un signal à variation continue en signal numérique (mots binaires).

5.2 Convertisseur numérique analogique (CNA)

Traduit un signal numérique en signal analogique, c'est-à-dire à variation continue.

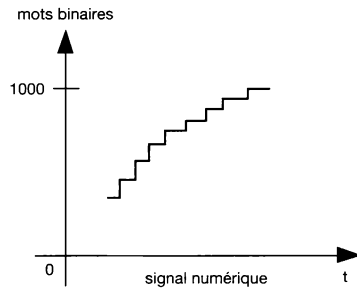
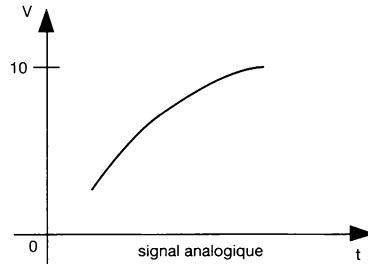


FIG. 39.5

40. MÉTHODES DE RECHERCHE DES DÉFAILLANCES

Les défaillances ou une marche dégradée d'un système automatisé entraînent en général l'arrêt de toute la production qui lui est dévolue.

Pour cette raison, les industriels développent de plus en plus la *maintenance préventive*.

Défaillance : altération ou cessation de l'aptitude d'un bien à accomplir la fonction requise.

Maintenance : ensemble des actions permettant de maintenir ou de rétablir un bien dans un état spécifié ou en mesure d'assurer un service déterminé.

1. Recherche par discordance d'état

Une *discordance* est une différence entre un état attendu et un état réel.

La recherche d'une discordance peut se faire :

- par comparaison des signaux de plusieurs capteurs ou d'un même capteur comportant plusieurs contacts.

Exemple : comparaison des signaux a_1 et a_2 relatifs aux deux capteurs (figure 40.1) :

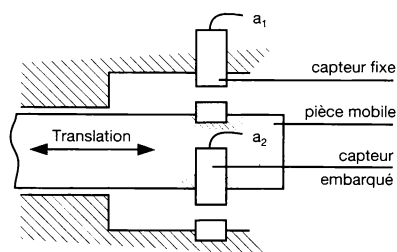


FIG. 40.1 (a)

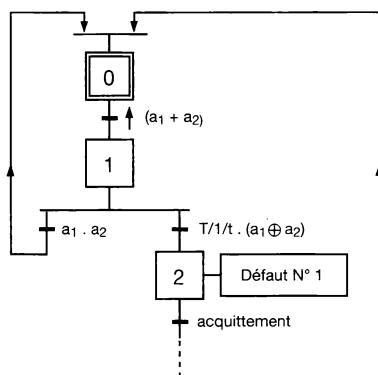


FIG. 40.1 (b)

on parle alors de **discordance d'antivalence**;

- par une surveillance des impossibilités physiques d'états pendant un fonctionnement normal ; on parle alors de **discordance d'informations**;

AUTOMATISMES

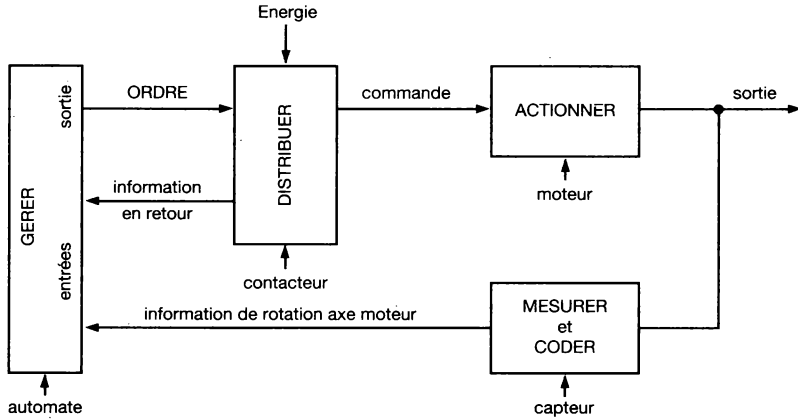
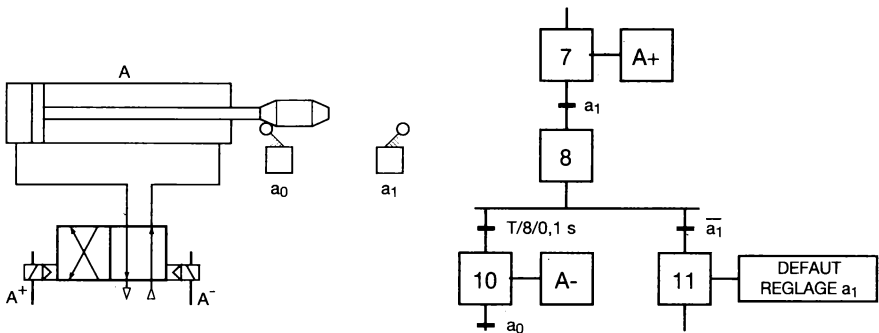


FIG. 40.2

• par la surveillance du retour d'état après la commande du préactionneur ou de l'actionneur. Exemple : un capteur renvoie un retour d'information (figure 40.2) : on parle alors de **discordance de commande**.

par la surveillance de la situation des étapes du grafset ou des ordres envoyés ; on parle alors de **discordance de situation** ;

• par la surveillance de l'état logique d'un capteur, exemple (figure 40.3) : on parle alors de **discordance de réglage**.



aller-retour d'une tige de vérin

FIG. 40.3

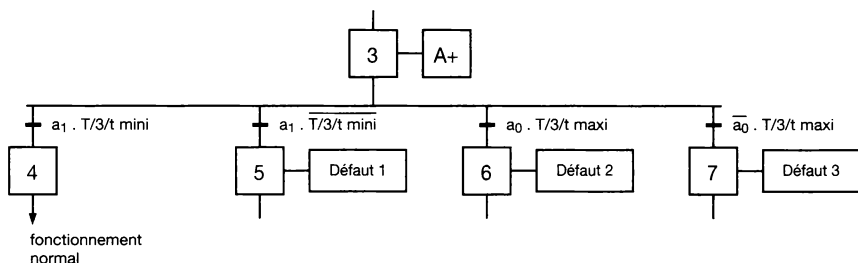


FIG. 40.4

2. Recherche par discordance de temps

Cette recherche se fait par comparaison du temps d'activité d'une étape, d'un ordre, d'une réceptivité ou d'une information avec le temps calculé pour cette activité. Ce temps peut être encadré entre un minimum et un maximum. Exemple (figure 40.4) :

- Défaut 1 : discordance de réceptivité.
- Défaut 2 : discordance d'exécution.
- Défaut 3 : discordance de durée.

3. Recherche par composants autocontrôlés

Certains composants (capteurs intelligents, API, ...) sont capables de faire leurs propres diagnostics, de corriger leurs défauts et de signaler leur état. Une sortie de sécurité permet de donner une alarme en cas de défaut.

4. Recherche par test de vie ou dynamisme

Un test de vie consiste à scruter un changement d'état pendant un temps défini. C'est le plus souvent un test de fonctionnement périodique.

5. Recherche des défaillances par déduction

Pour effectuer un diagnostic rapide sur la cause d'un dysfonctionnement, le technicien de maintenance doit avoir analysé, au préalable, la machine et toutes ses possibilités de défaut :

- analyse systémique de la machine (SADT),
- analyse fonctionnelle du module concerné,
- analyse des défauts sur la matière d'œuvre,
- causes d'arrêt automatique de la machine,
- etc.

Cela étant fait, il est possible d'établir des outils graphiques (actigrammes, algorithmes, tableaux d'analyse des modes de défaillance, ...) permettant une aide au diagnostic.

Exemple d'un algorithme (incomplet) d'aide au diagnostic (figure 40.5) :

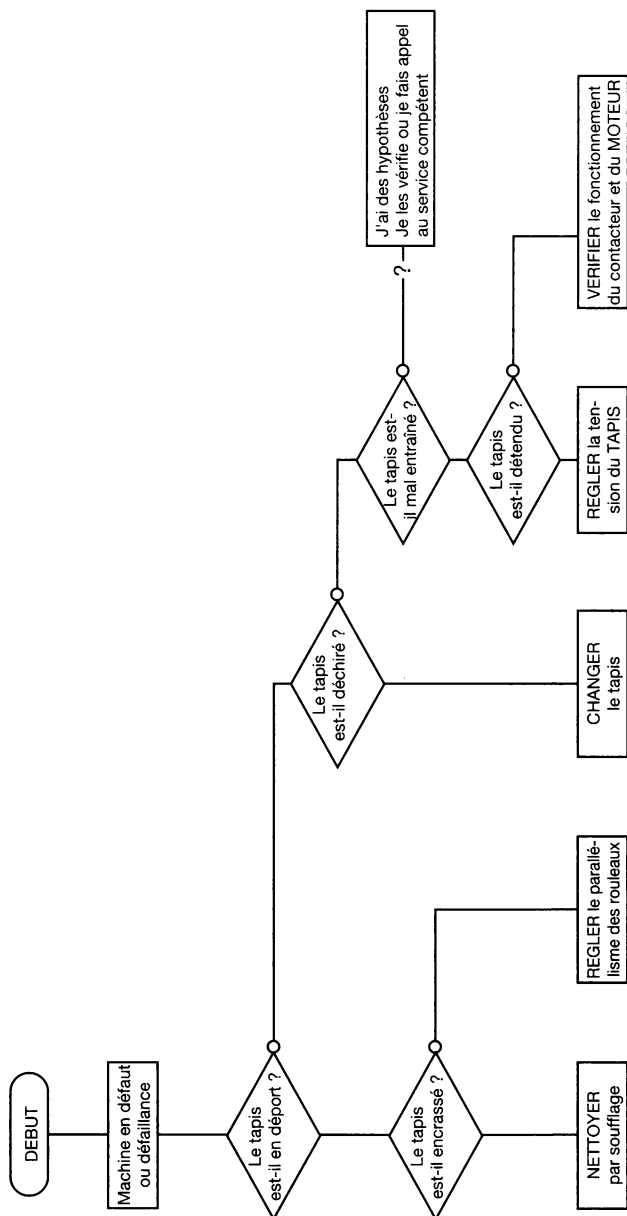


FIG. 40.5

Index

- Abscisse curviligne, 23
- Absorption des ondes sonores, 80
- Accélération
 - normale γ_n , 28
 - tangentielle instantanée γ_t , 28
- Action mécanique, 9
- Actionneurs, 111
- Adhérence, 17
- Algorigramme, 100
- Algorithme, 100
- Amortissement, 75
- Amplitude, 76
- API, 122
- Asservissement, 138
- Automate programmable industriel, 11, 122
- Bascule
 - D, 118
 - JK, 118
 - RS, 118
 - synchrone, 118
- Battements, 82
- Bernouilli
 - théorème de –, 67
- Boole
 - algèbre de –, 97
- Boucle de rétroaction, 138
- Cadre de réponse, 109
- Cahier des charges
 - final, 111
 - fonctionnel (CdCF), 108
 - technique, 109
- CAN, 140
- Capteurs
 - analogiques, 135
 - “intelligents”, 137
 - numériques, 136
 - tout ou rien, 134
- Cellules logiques, 112
- Centre
 - instantané de rotation (c.i.r.), 31
 - de poussée, 65
 - de surface, 44
- Champs des vecteurs vitesse, 24
- Changement de centre de réduction, 10
- Cisaillement, 52
- Classe d'équivalence, 2
- CNA, 140
- Codeur
 - absolu, 136
 - incrémental, 136
- Comparateur, 121
- Composants autocontrôlés, 143
- Composition des vecteurs vitesse, 32
- Compression, 61
 - simple, 50
- Compteur, 120
 - asynchrone binaire, 120
 - à décade, 120
- Conservation de l'énergie mécanique, 39
- Contact réel, 16
- Contrainte, 49, 109
 - normale maximale, 58
 - normale, 49
 - tangentielle, 49
 - de torsion dans ressort, 56
- Convertisseur
 - analogique numérique, 140
 - numérique analogique, 140
- Couplage
 - étoile (λ), 131
 - triangle (Δ), 131
- Critères d'appréciation, 109

- Débit
 - massique, 66
 - volumique, 66
- Degrés de liberté dans R, 4
- Diffraction des ondes sonores, 81
- Discordance
 - d'état, 141
 - de temps, 143
- Distributeur, 112, 129
- Dureté, 42
- Dynamisme, 143
- Eclairement, 85
- Ecoulement d'un fluide, 66
- Effecteur, 95
- Elancement critique λ_c , 63
- Energie, 38
 - cinétique, 39
 - potentielle d'élasticité, 39
 - potentielle de pesanteur, 38
- Enveloppes minces, 51
- Equilibre strict, 17
- Equiprojectivité des vecteurs vitesse, 31
- Euler
 - charge critique d'–, 63
 - forme d'–, 63
- Extension, 61
 - simple, 50
- Fatigue, 43
- Fibres optiques, 91
- Flambage, 62
- Flexibilité, 109
- Flexion, 61
 - plane, 57
- Flux lumineux, 85
- Fonctions de service, 109
- Force, 9
 - de pression, 64
- Fréquence, 74, 77
 - propre, 74
- Frottement, 16
 - angle de –, 17
 - cône de –, 17
 - facteur de –, 17
- Gemma, 106
- Glissement, 16
- Grafcet, 102
- Grandissement, 90
- Graphe des liaisons, 3
- Hooke
 - loi de –, 41
- Huygens
 - théorème de –, 45
- Intensité
 - d'un son, 79
 - d'une source lumineuse, 84
- Interférence des ondes sonores, 81
- Laser, 91
- Lentilles
 - concaves, 89
 - convexes, 89
- Lentilles minces
 - formule des –, 90
- Liaison
 - cinématique, 2
 - composée, 2
 - directe, 2
 - élémentaire, 2
 - parfaite, 5
- Limite élastique, 41
- Logique
 - combinatoire, 97
 - séquentielle, 97
- Loi de la réflexion, 86
- Longueur d'onde, 76
- Luminance d'une surface rayonnante, 84
- Mémoire
 - bistable, 113
 - monostable, 97, 113
- Modes de marche, 111
- Module
 - d'élasticité longitudinale, 41
 - d'étape, 114
- Moment
 - d'inertie, 34
 - quadratique, 45
 - statique, 44

- Moteur
 - asynchrone triphasé, 131
 - à aimants permanents, 132
 - hybride, 133
 - pas à pas, 132
 - à réluctance variable, 133
- Mouvement
 - plan sur plan, 30
 - sinusoïdal, 73
- Nature de la lumière, 83
- Objet technique, 95
- Onde, 76
- Ordonnancement des isollements, 21
- Oscillations forcées, 74
- Partie
 - commande (PC), 95, 96
 - opérative (PO), 95, 96
- PD, 139
- Période, 73, 77
 - propre, 74
- Pertes de charge
 - régulières, 67
 - singulières, 67
- PID, 139
- Poussée d'un fluide, 65
- Pression, 64
 - relative, 64
- Principe
 - fondamental de la dynamique (P.F.D.), 33
 - fondamental de la statique, 11
 - de superposition, 58, 61
- Programmateurs cyclique, 117
- Puissance, 37
 - d'une machine hydraulique, 66
- Pulsation propre, 74
- Rankine
 - formule de –, 63
- Réceptivités, 106
- Réflexion
 - des ondes sonores, 80
 - totale, 87
- Réfraction, 86
- Registre, 114, 119
 - à décalage, 119
- Régulation, 138
 - à action proportionnelle (P), 138
 - à actions proportionnelle et dérivée, 139
 - à actions proportionnelle, intégrale et dérivée, 139
- Relais électromagnétiques, 116
- Rendement, 38
 - d'une machine hydraulique, 66
- Repère
 - galiléen, 33
 - local associé, 4
 - de référence, 23
- Résilience, 43
- Résonance, 74
- Ressort hélicoïdal à fil rond, 55
- Reynolds
 - nombre de –, 67
- Rigidité d'un ressort, 55
- Rotation autour d'un axe, 27
- SADT
 - méthode (ou d'analyse descendante), 95
- Schéma
 - cinématique minimal, 3
 - logique d'un séquenceur, 115
 - technologique, 3
 - d'usage, 115
- Séquenceur
 - électrique, 117
 - pneumatique, 114
- Snell et Descartes
 - loi de –, 87
- Sollicitations, 48
 - simples, 49
- Sortie
 - analogique, 139
 - logique, 139
- Sous-ensemble fonctionnel, 2
- Spectre de la lumière blanche, 83
- Synthèse
 - additive, 84
 - soustractive, 84

Système, 95
 matériel, 11
 oscillant, 71
 Temporisateur, 113
 Test de vie, 143
 Timbre, 79
 Torseur
 d'action mécanique de liaison
 ($\mathcal{T}.A.M.L.$), 5
 d'action mécanique transmissible
 par une liaison parfaite
 ($\mathcal{T}.A.M.T.$), 5
 associé à l'action mécanique rela-
 tive à une force, 9
 de cohésion, 47
 Torsion, 61
 simple, 54
 Trajectoire, 23
 Translation, 26
 Travail, 36
 Vecteur
 accélération, 24
 position, 23
 rotation de S/R_0 , 28
 rotation instantanée : $\vec{\Omega}(\pi/\pi_0)$,
 31
 vitesse, 24
 Vérins
 double effet, 126
 simple effet, 126
 Viscosité, 66
 Vitesse
 de propagation, 77
 de propagation d'une onde, 76
 Young
 module de –, 41

AIDE MÉMOIRE

PIERRE AGATI

mécanique physique automatismes

Toutes les connaissances indispensables au niveau des baccalauréats du secteur industriel sont rassemblées ici.

Cet outil de travail, destiné aux futurs bacheliers et aux professionnels en activité, a été conçu comme un complément aux ouvrages du domaine.



9 782100 016518

Code 041651
ISBN 2-10-001651-2

